

Lisans Yerleřtirme Sınavı – 1 (Lys – 1) / 19 Haziran 2010

Matematik Soruları ve Çözümleri

1. $(3x - 1)(x + 1) + (3x - 1)(x - 2) = 0$ eşitliğini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{6}$

Çözüm 1

$$(3x - 1)(x + 1) + (3x - 1)(x - 2) = 0$$

$$(3x - 1) \cdot [(x + 1) + (x - 2)] = 0$$

$$(3x - 1)[x + 1 + x - 2] = 0$$

$$(3x - 1)(2x - 1) = 0$$

$$3x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{3}$$

$$2x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$$

$$x \text{ gerçel sayılarının toplamı} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2+3}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$$

veya

$$(3x - 1)(2x - 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad 6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \text{kökler toplamı} : x_1 + x_2 = -\frac{(-5)}{6} = \frac{5}{6}$$

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

$$\text{kökler toplamı} : x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2. $f(x) = \frac{(1+x+x^2+x^3).(1-x)^2}{1-x-x^2+x^3}$ olduğuna göre, $f(\sqrt{2})$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 2

I. Yol

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(1+x+x^2+x^3).(1-x)^2}{1-x-x^2+x^3} = \frac{[(1+x)+(x^2+x^3)].(1-x)^2}{(1-x)-(x^2-x^3)} \\ &= \frac{[(1+x)+x^2.(1+x)](1-x)^2}{(1-x)-x^2.(1-x)} = \frac{[(1+x).(1+x^2)].(1-x)^2}{(1-x).(1-x^2)} = \frac{[(1+x).(1+x^2)].(1-x)^2}{(1-x).(1-x).(1+x)} = 1+x^2 \end{aligned}$$

$f(x) = 1+x^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$ olduğuna göre,

$f(\sqrt{2}) = 1+(\sqrt{2})^2 = 1+2 = 3$ elde edilir.

II. Yol

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(1+x+x^2+x^3).(1-x)^2}{1-x-x^2+x^3} \\ &= \frac{(1+x+x^2+x^3).(1-x).(1-x)}{1-x-(x^2-x^3)} = \frac{(1-x^4).(1-x)}{(1-x)-x^2.(1-x)} = \frac{(1-x^4).(1-x)}{(1-x).(1-x^2)} = \frac{(1-x^4)}{(1-x^2)} \end{aligned}$$

$f(x) = \frac{1-x^4}{1-x^2} \Rightarrow x = \sqrt{2}$ olduğuna göre,

$f(\sqrt{2}) = \frac{1-(\sqrt{2})^4}{1-(\sqrt{2})^2} = \frac{1-4}{1-2} = \frac{-3}{-1} = 3$ elde edilir.

Not :

$$\begin{aligned} 1-x^4 &= (1-x^2).(1+x^2) \\ &= (1-x).(1+x).(1+x^2) \\ &= (1-x).(x^3+x^2+x+1) \end{aligned}$$

3. $(2x - 1)(4x^2 - 1) < 0$

eşitsizliğinin gerçel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdaki açık aralıkların hangisidir?

- A) $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$ B) $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$ C) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ E) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

Çözüm 3

$$(2x - 1)(4x^2 - 1) < 0$$

$$(2x - 1)(2x - 1)(2x + 1) < 0$$

$$(2x - 1)^2 \cdot (2x + 1) < 0$$

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$(2x - 1)^2$	+++	+++++	+++
$2x + 1$	---	+++++	+++
$(2x - 1)^2 \cdot (2x + 1)$	---	+++++	+++
	< 0		

Çözüm kümesi = $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$ olur.

Not :

$f(x) = A(x).B(x).C(x)$ biçimindeki ifadelerde;

çarpanların her biri ayrı ayrı sıfıra eşitlenip kökler bulunur.

$A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ in en büyük üslüleri alınır çarpılır.

Elde edilen ax^n ifadesinde; a'nın işaretinin aynı, en sağa ($+\infty$ tarafa) yazılır.

Sola doğru her köke rastladıkça işaret değiştirilerek tablo işaretlenir.

(Çift katlı köke rastlandığında işaret değişmez.)

4. b ve 40 sayılarının en küçük ortak katı 120 ' dir.

Buna göre, kaç farklı b pozitif tam sayısı vardır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

Çözüm 4

I. Yol

$$\text{Okek}(b, 40) = 120$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

b sayısında 3 çarpanı olacağına göre,

$$b = 3$$

$$b = 2 \cdot 3, \quad b = 2^2 \cdot 3, \quad b = 2^3 \cdot 3$$

$$b = 3 \cdot 5,$$

$$b = 2 \cdot 3 \cdot 5, \quad b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5, \quad b = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Buna göre, 8 farklı b pozitif tam sayısı vardır.

II. Yol

$$\text{Okek}(b, 40) = 120$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

b sayısında 3 çarpanı olacağına göre, b = 3.?

$$120 = 3 \cdot 40 \Rightarrow 40 = 2^3 \cdot 5^1$$

$$40 \text{ in pozitif bölenleri sayısı : } (3 + 1) \cdot (1 + 1) = 4 \cdot 2 = 8$$

Not : Ortak katların en küçüğü (okek)

Sayılar asal çarpanlarına ayrılır.

Ortak asal çarpanların en büyük üslüleri (üsler eşitse biri) ile ortak olmayanlar alınır ve çarpılır.

Not :

Bir sayının pozitif bölen sayısını bulmak için o sayı asal çarpanlarına ayrılır ve üslerinin birer fazlası alınıp çarpılır.

a, b, c birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere A doğal sayısı $A = a^m \cdot b^n \cdot c^p$ biçiminde ise A 'nın $(m + 1) \cdot (n + 1) \cdot (p + 1)$ tane pozitif böleni vardır.

5. $f(x) = \sqrt{2 - |x + 3|}$ fonksiyonunun tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 \leq x \leq 5$ B) $-1 \leq x \leq 5$ C) $-3 \leq x \leq 4$ D) $-3 \leq x \leq 0$ E) $-5 \leq x \leq -1$

Çözüm 5

$$2 - |x + 3| \geq 0 \Rightarrow |x + 3| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x + 3 \leq 2 \Rightarrow -5 \leq x \leq -1$$

Not : n çift olmak üzere $\sqrt[n]{a}$ ifadesinin tanımlı olması için $a \geq 0$ olmalıdır.

6. Gerçel sayılardan gerçel sayıların bir K alt kümesine tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} -x + 8, & x < 3 \text{ ise} \\ x + 2, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu örten olduğuna göre, K kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[3, \infty)$ B) $[5, \infty)$ C) $[3, 5]$ D) $(-\infty, 5)$ E) $(-\infty, 3)$

Çözüm 6

$f : \mathbb{R} \rightarrow K \subset \mathbb{R}$ ve $f(x)$ fonksiyonu örten olduğuna göre,

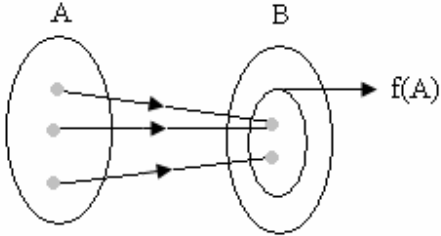
$$x < 3 \text{ ise } -x > -3 \Rightarrow -x + 8 > -3 + 8 \Rightarrow -x + 8 > 5$$

$$x \geq 3 \text{ ise } x + 2 \geq 3 + 2 \Rightarrow x + 2 \geq 5$$

Buna göre, K kümesi = $[5, \infty)$

Not : Örten Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda $f(A) = B$ ise f , örten fonksiyondur.



7. Verilen a, c pozitif ve b negatif gerçel sayıları için

$$a^2b > abc + c^2$$

eşitsizliği sağlandığına göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a = |b|$ B) $a = c$ C) $c > |b|$ D) $a < c$ E) $c < a$

Çözüm 7

$$a^2b > abc + c^2 \Rightarrow a^2b - abc > c^2 \Rightarrow ab(a - c) > c^2$$

$$ab(a - c) > c^2$$

a pozitif b negatif gerçel sayı olduğuna göre, $ab < 0$ olur.

$ab(a - c) > c^2 > 0$ olacağından ve c gerçel sayısı da pozitif olduğundan,

$$a - c < 0 \Rightarrow a < c$$

Fakat

Verilen a, c pozitif ve b negatif gerçel sayıları için

$a = 1$, $c = 2$ ve $b = -1$ olsun.

$$a^2b > abc + c^2 \Rightarrow 1^2 \cdot (-1) > 1 \cdot (-1) \cdot 2 + 2^2 \Rightarrow -1 > 2 \text{ sonucu elde edilir.}$$

Buna göre, soru hatalıdır.

8. Rasyonel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $*$, \oplus , \otimes ikili işlemleri

I. $a * b = a - b$

II. $a \oplus b = a + b + ab$

III. $a \otimes b = \frac{a+b}{5}$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, bu işlemlerden hangileri birleşme özeliğini sağlar?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

Çözüm 8

I. $a * b = a - b$

$$a * (b * c) = (a * b) * c \Rightarrow a * (b - c) = (a - b) * c$$

$$a - (b - c) = a - b - c \Rightarrow a - b + c = a - b - c \text{ olduğuna göre,}$$

* işlemleri birleşme özelliğini sağlamaz.

II. $a \oplus b = a + b + ab$

$$a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c \Rightarrow a \oplus (b + c + bc) = (a + b + ab) \oplus c$$

$$a + (b + c + bc) + a(b + c + bc) = (a + b + ab) + c + (a + b + ab)c$$

$$a + b + c + ab + ac + bc + abc = a + b + c + ab + ac + bc + abc \text{ olduğuna göre,}$$

\oplus işlemleri birleşme özelliğini sağlar.

III. $a \otimes b = \frac{a+b}{5}$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c \Rightarrow a \otimes \left(\frac{b+c}{5}\right) = \left(\frac{a+b}{5}\right) \otimes c$$

$$\frac{a + \frac{b+c}{5}}{5} = \frac{\frac{a+b}{5} + c}{5} \Rightarrow 5a + b + c = a + b + 5c \text{ olduğuna göre,}$$

\otimes işlemleri birleşme özelliğini sağlamaz.

9. $P(x) = 2x^3 - (m + 1)x^2 - nx + 3m - 1$ polinomu $x^2 - x$ ile tam bölünebildiğine göre,

$m - n$ kaçtır?

- A) $\frac{-1}{3}$ B) $\frac{-1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

Çözüm 9

I. Yol

Bölünen = Bölen \times Bölüm + Kalan

$$P(x) = (x^2 - x).B(x) + \text{kalan} \Rightarrow \text{kalan} = 0$$

$x^2 - x = x.(x - 1)$ olduğundan,

$P(x)$ polinomunun hem x hem de $x - 1$ ile de tam bölünebilmesi gerekir.

O halde,

$x = 0$ için, $P(0) = 0$ ve

$x - 1 = 0$ için, $x = 1 \Rightarrow P(1) = 0$ olmalıdır.

$$P(x) = 2x^3 - (m + 1)x^2 - nx + 3m - 1$$

$$P(0) = 2.0 - (m + 1).0 - n.0 + 3m - 1 = 0 \Rightarrow 3m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$P(x) = 2x^3 - \left(\frac{1}{3} + 1\right)x^2 - nx + 3 \cdot \frac{1}{3} - 1 \Rightarrow P(x) = 2x^3 - \frac{4}{3}x^2 - nx$$

$$P(1) = 2.1^3 - \frac{4}{3}.1^2 - n.1 = 0 \Rightarrow 2 - \frac{4}{3} - n = 0 \Rightarrow n = \frac{2}{3}$$

Buna göre, $m - n = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{-1}{3}$ elde edilir.

II. Yol

Kalan = 0 olacağına göre,

$$x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 = x$$

P(x) polinomunda x^2 yerine x yazılırsa, bu polinomun $(x^2 - x)$ ile bölümündeki kalan bulunur.

$$P(x) = 2x^3 - (m + 1)x^2 - nx + 3m - 1$$

$$\text{Kalan} = 2x - (m + 1)x - nx + 3m - 1 = 0$$

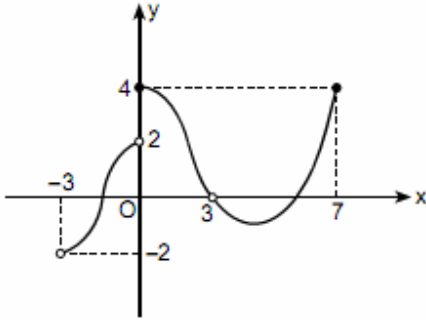
$$(2 - (m + 1) - n).x + 3m - 1 = 0$$

$$3m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$1 - m - n = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{3} - n = 0 \Rightarrow n = \frac{2}{3}$$

Buna göre, $m - n = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{-1}{3}$ elde edilir.

10.

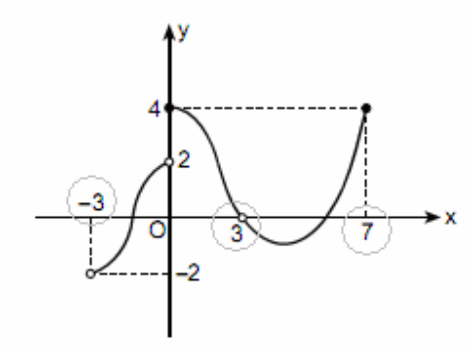


Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, 0) \cup [4, 7)$ B) $(-3, 0) \cup (3, 7]$ C) $[-3, 2] \cup (3, 7)$
D) $(-3, 3) \cup (3, 7]$ E) $[-3, 2) \cup (4, 7]$

Çözüm 10

Parçalı fonksiyonun tanım aralığı x eksenindeki değerlere göre incelendiğinden,



$x = -3$ için tanımlı değil

$x = 3$ için tanımlı değil

$x = 7$ için tanımlı

Tanım kümesi = $(-3, 3) \cup (3, 7]$

11. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin x, & \sin x \geq 0 \text{ ise} \\ 0, & \sin x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

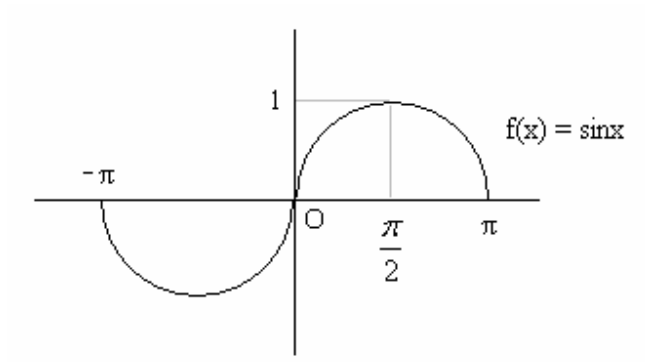
biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $(-\pi, \pi)$ açık aralığının f altındaki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 2]$ B) $(-1, 2)$ C) $[0, 1]$ D) $(0, 2)$ E) $[0, 2]$

Çözüm 11

$$(-\pi, \pi) = (-\pi, 0) \cup [0, \pi)$$



$$(-\pi, 0) \rightarrow \sin x < 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$[0, \pi) \rightarrow \sin x \geq 0 \Rightarrow f(x) = 2\sin x$$

$$0 \leq x < \pi$$

$$0 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow \sin 0 \leq \sin x \leq \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2\sin 0 \leq 2\sin x \leq 2\sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 2$$

Buna göre, görüntü kümesi : $[0, 2]$ elde edilir.

12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesi üzerinde tanımlanan

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

permütasyonları için $g(f^{-1}(2))$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 12

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$f^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow f^{-1}(2) = 4$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow g(f^{-1}(2)) = g(4) = 1 \text{ elde edilir.}$$

13. $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - x + 2$ olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 11

Çözüm 13

$$\frac{x-1}{x+1} = 3 \Rightarrow x-1 = 3x+3 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

$x = -2$ ise

$$f\left(\frac{-2-1}{-2+1}\right) = (-2)^2 - (-2) + 2 \Rightarrow f(3) = 8 \text{ elde edilir.}$$

14. $f(x) = mx - 1 + \frac{1}{x}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, her $x > 0$ için $f(x) \geq 0$ özelliğini sağlayan en küçük m değeri kaçtır?

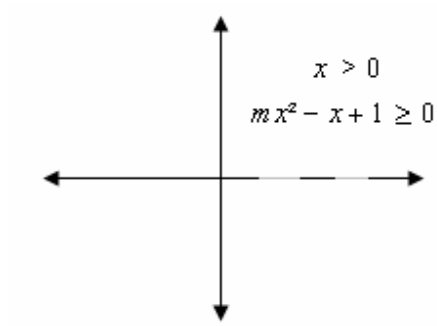
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

Çözüm 14

I. Yol

$$f(x) \geq 0 \Rightarrow mx - 1 + \frac{1}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{mx^2 - x + 1}{x} \geq 0$$

her $x > 0$ için, $mx^2 - x + 1 \geq 0$



$x > 0$ için $f(x) \geq 0$ olduğuna göre fonksiyonun grafiği I. bölgede olur.

$mx^2 - x + 1 \geq 0$ denkleminin birbirinden farklı iki gerçel kökü olmayacağından ,

$\Delta \leq 0$ olmalıdır.

$$(-1)^2 - 4.m.1 \leq 0 \Rightarrow 1 \leq 4m \Rightarrow m \geq \frac{1}{4}$$

II. Yol

$$f(x) \geq 0 \Rightarrow mx - 1 + \frac{1}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{mx^2 - x + 1}{x} \geq 0$$

her $x > 0$ için, $mx^2 - x + 1 \geq 0$

$$mx^2 - x + 1 \geq 0 \Rightarrow m \cdot \left(x^2 - \frac{x}{m} + \frac{1}{m}\right) \geq 0 \quad (m \neq 0)$$

$$x^2 - \frac{x}{m} + \frac{1}{m} + \left(\frac{1}{2m}\right)^2 - \left(\frac{1}{2m}\right)^2 \geq 0$$

$$x^2 - \frac{x}{m} + \left(\frac{1}{2m}\right)^2 + \frac{1}{m} - \left(\frac{1}{2m}\right)^2 \geq 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2m}\right)^2 \geq \frac{1}{4m^2} - \frac{1}{m}$$

$$\left(x - \frac{1}{2m}\right)^2 \geq \frac{1 - 4m}{4m^2}$$

$$x - \frac{1}{2m} \geq \mp \frac{\sqrt{1 - 4m}}{2m}$$

$$x \geq \frac{1 \mp \sqrt{1 - 4m}}{2m}$$

$mx^2 - x + 1 \geq 0$ denkleminin birbirinden farklı iki gerçel kökü olamayacağından ,

$$1 - 4m \leq 0 \Rightarrow 1 \leq 4m \Rightarrow m \geq \frac{1}{4}$$

15. $P(x)$ üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonu olmak üzere,

$$P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$$

$$P(0) = 2$$

olduğuna göre, $P(1)$ kaçtır?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{8}{5}$

Çözüm 15

$P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$ olduğuna göre, $x_1 = -4$, $x_2 = -3$, $x_3 = 5$ ise

$$P(x) = a.(x - (-4)).(x - (-3)).(x - 5) \Rightarrow P(x) = a.(x + 4).(x + 3).(x - 5)$$

$P(0) = 2$ verildiğine göre,

$$P(0) = a.(0 + 4).(0 + 3).(0 - 5) \Rightarrow 2 = a.(-60) \Rightarrow a = \frac{-1}{30}$$

$$P(x) = \frac{-1}{30}.(x + 4).(x + 3).(x - 5) \text{ elde edilir.}$$

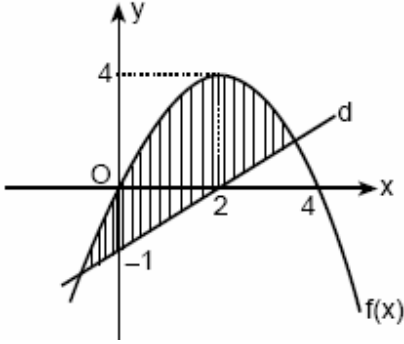
$$P(1) = \frac{-1}{30}.(1 + 4).(1 + 3).(1 - 5) \Rightarrow P(1) = \frac{-1}{30} \cdot (-80) = \frac{8}{3} \text{ bulunur.}$$

Not : Kökleri verilen denklemin yazılışı

Kökleri $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ olan n. dereceden bir denklem, $a \neq 0$ olmak üzere

$a.(x - x_1).(x - x_2).(x - x_3) \dots (x - x_n) = 0$ şeklinde yazılabilir.

16.



Yukarıdaki dik koordinat düzleminde $f(x)$ parabolü ve d doğrusu gösterilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisinin çözüm kümesidir?

$$\left. \begin{array}{l} \text{A) } y - x^2 + 2x \leq 0 \\ y - x + 2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{B) } y - x^2 + 2x \geq 0 \\ 2y - x + 2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{C) } y - x^2 + 4x \leq 0 \\ 2y - x + 2 \leq 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{D) } y + x^2 - 4x \leq 0 \\ 2y - x + 4 \leq 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{E) } y + x^2 - 4x \leq 0 \\ 2y - x + 2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Çözüm 16

(2 , 0) ve (0 , - 1) noktasından geçen d doğrusunun denklemi,

$$\text{İki noktası bilinen doğru denklemine göre, } \frac{y-0}{-1-0} = \frac{x-2}{0-2} \Rightarrow 2y - x + 2 = 0$$

Orijinden ve (4 , 0) noktasından geçen f(x) parabolünün denklemi,

$$y = a.(x - x_1).(x - x_2) \Rightarrow x_1 = 0 , x_2 = 4$$

$$y = a.(x - 0).(x - 4) \Rightarrow y = a.x.(x - 4)$$

$$(2 , 4) \text{ noktası parabol üzerinde olduğuna göre, } 4 = a.2.(x - 4) \Rightarrow a = -1$$

$$y = (-1).x.(x - 4) \Rightarrow y = -x^2 + 4x \Rightarrow y + x^2 - 4x = 0$$

Buna göre,

$2y - x + 2 \geq 0$ eşitsizliğinde (1 , 0) noktasının koordinatları yazılırsa $1 \geq 0$ önermesi elde edilir.

Eşitsizliği sağlayan bölge (1 , 0) in bulunduğu taralı bölgedir.

d doğrusu bu düzleme dahildir.

$y + x^2 - 4x \leq 0$ eşitsizliğinde (1 , 0) noktasının koordinatları yazılırsa $-3 \leq 0$ önermesi elde edilir.

Eşitsizliği sağlayan bölge (1 , 0) in bulunduğu taralı bölgedir.

f(x) parabolü bu düzleme dahildir.

Not : İki noktası bilinen doğru denklemi

$$A(x_1 , y_1) \text{ ve } B(x_2 , y_2) \Rightarrow \frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

Not : Doğrunun eksen parçaları türünden denklemi

$$(a , 0) \text{ ve } (0 , b) \text{ noktalarından geçen doğrunun denklemi} = \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

17. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{-2, -1, 0\}$ olmak üzere $A \times B$ Kartezyen çarpım kümesinden alınan herhangi bir (a, b) elemanı için $a + b$ toplamının sıfır olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{2}{7}$

Çözüm 17

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{-2, -1, 0\}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4\} \times \{-2, -1, 0\}$$

Kartezyen çarpımının elemanları :

$$(1, -2), (1, -1), (1, 0),$$

$$(2, -2), (2, -1), (2, 0),$$

$$(3, -2), (3, -1), (3, 0),$$

$$(4, -2), (4, -1), (4, 0)$$

$$\text{Kartezyen çarpımının eleman sayısı : } 4 \times 3 = 12$$

$$\text{Tüm seçim sayısı} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$a + b = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - 1 = 0 \text{ ve } 2 - 2 = 0$$

$$(1, -1), (2, -2)$$

$$\text{İstenen seçim sayısı} = 2$$

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

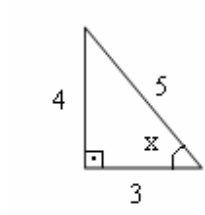
$$\text{Not : İstenen olasılık} = \frac{\text{istenen secim sayisi}}{\text{tüm secim sayisi}}$$

18. $3\sin x - 4\cos x = 0$ olduğuna göre, $|\cos 2x|$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{25}$ E) $\frac{9}{25}$

Çözüm 18

$$3\sin x - 4\cos x = 0 \Rightarrow 3\sin x = 4\cos x \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$$



$$|\cos 2x| = |2\cos^2 x - 1| = \left| 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 \right| = \left| 2 \cdot \frac{9}{25} - 1 \right| = \left| \frac{18}{25} - 1 \right| = \left| \frac{-7}{25} \right| = \frac{7}{25}$$

Not :

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 2 \cdot \cos^2 a - 1$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \cdot \sin^2 a$$

19. $\frac{(\sin x - \cos x)^2}{\cos x} + 2 \sin x$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{\cos x}$ B) $\frac{1}{\sin x}$ C) 1 D) $\arcsin x$ E) $\arccos x$

Çözüm 19

$$\begin{aligned} & \frac{(\sin x - \cos x)^2}{\cos x} + 2 \sin x \\ &= \frac{\sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x}{\cos x} + 2 \sin x \\ &= \frac{1 - \sin 2x}{\cos x} + 2 \sin x \\ &= \frac{1 - \sin 2x + 2 \sin x \cdot \cos x}{\cos x} \\ &= \frac{1 - \sin 2x + \sin 2x}{\cos x} \\ &= \frac{1}{\cos x} \end{aligned}$$

Not :

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \cdot \sin a \cdot \cos a$$

20. $\frac{\tan 60^\circ}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm 20

$$\begin{aligned} & \frac{\tan 60^\circ}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ \cdot \sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{\sin 60^\circ \cdot \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 20^\circ}{\cos 60^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} \\ &= \frac{\sin(60 - 20)}{\cos 60 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin 20 \cdot \cos 20} = \frac{2 \cdot \sin 40}{\cos 60 \cdot \sin 40} = \frac{2}{\cos 60} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 \end{aligned}$$

Not : İki Açının Toplamının / Farkının Trigonometrik Değerleri

$$\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$$

$$\text{Not : } \sin 2a = 2 \cdot \sin a \cdot \cos a$$

21. $\frac{1 + \cos 40^\circ}{\cos 55^\circ \cdot \cos 35^\circ}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos 20^\circ$ B) $2\cos 20^\circ$ C) $4\cos 20^\circ$ D) $\cos 40^\circ$ E) $2\cos 40^\circ$

Çözüm 21

$$\begin{aligned} & \frac{1 + \cos 40^\circ}{\cos 55^\circ \cdot \cos 35^\circ} \\ &= \frac{1 + \cos 2 \cdot 20}{\frac{1}{2} \cdot [\cos(55 + 35) + \cos(55 - 35)]} \\ &= \frac{1 + 2 \cdot \cos^2 20 - 1}{\frac{1}{2} \cdot [\cos 90 + \cos 20]} = \frac{2 \cdot \cos^2 20}{\frac{1}{2} \cdot [0 + \cos 20]} = \frac{4 \cdot \cos^2 20}{\cos 20} = 4 \cdot \cos 20 \end{aligned}$$

Not : Ters Dönüşüm Formülleri

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} \cdot [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

$$\sin A \cdot \sin B = -\frac{1}{2} \cdot [\cos(A + B) - \cos(A - B)]$$

$$\sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2} \cdot [\sin(A + B) + \sin(A - B)]$$

$$\cos A \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot [\sin(A + B) - \sin(A - B)]$$

Not : $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

22. Karmaşık sayılar düzleminde

$|z - 1| = |z + 2|$ denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) $x = 1$ doğrusu

B) $x = \frac{-1}{2}$ doğrusu

C) $x = 2$ doğrusu

D) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ çemberi

E) $x^2 + (y + 2)^2 = 1$ çemberi

Çözüm 22

$z = x + i.y$ olsun.

$$|x + i.y - 1| = |x + i.y + 2|$$

$$|(x - 1) + i.y| = |(x + 2) + i.y|$$

$$\sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = \sqrt{(x + 2)^2 + y^2}$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = (x + 2)^2 + y^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + 4x + 4 + y^2 \Rightarrow 6x = -3 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \text{ doğrusu}$$

Not : Karmaşık sayının mutlak değeri (modülü)

$$z = a + b.i \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

23. \bar{z} ile z 'nin eşleniği gösterildiğine göre, $z = 2 + i$ karmaşık sayısı için

$\frac{z}{\bar{z}-1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ B) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}i$ C) $1 + 3i$ D) $2 - 3i$ E) $3 + i$

Çözüm 23

$$z = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$$

$$\frac{z}{\bar{z}-1} = \frac{2+i}{2-i-1} = \frac{2+i}{1-i}$$

$$\frac{2+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = \frac{(2+i).(1+i)}{(1-i).(1+i)} = \frac{2+2i+i+i^2}{1-i^2} \Rightarrow i^2 = -1 \text{ olduğuna göre,}$$

$$= \frac{2+3i-1}{1-(-1)} = \frac{1+3i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

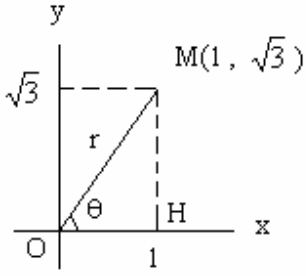
Not : Karmaşık Sayının Eşleniği

$z = a + bi$ karmaşık sayısı için $\bar{z} = a - bi$ sayısına z nin eşleniği denir.

24. $z = 1 + i\sqrt{3}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ B) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ C) $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
D) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ E) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

Çözüm 24



$$z = 1 + i\sqrt{3} \Rightarrow r = |z| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$z = 1 + i\sqrt{3} \Rightarrow \tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \text{ ya da } \theta = \frac{\pi}{3} + \pi \text{ bulunur.}$$

$$z = 1 + i\sqrt{3} \Rightarrow 1 > 0 \text{ ve } \sqrt{3} > 0 \text{ ise 1. bölgededir.}$$

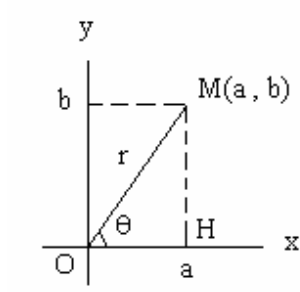
1. bölgede olduğundan, $\theta = \frac{\pi}{3}$ olur.

$$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 = 2\cos\frac{\pi}{3}$$

$$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{3} = 2\sin\frac{\pi}{3}$$

$$z = 1 + i\sqrt{3} \Rightarrow z = 2\cos\frac{\pi}{3} + i.2\sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

Not : Bir karmaşık sayının kutupsal (trigonometrik) biçimde yazılması



$z = a + b.i$ karmaşık sayısının düzlemdeki görüntüsü $M(a, b)$ ve $|OM| = r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

OMH dik üçgeninde,

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow a = r.\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{b}{r} \Rightarrow b = r.\sin\theta$$

Bu değerler $z = a + b.i$ ' de yerine yazılırsa

$$z = r.\cos\theta + r.\sin\theta.i$$

$$z = r.(\cos\theta + i.\sin\theta) \text{ elde edilir.}$$

$0 \leq \theta \leq 2\pi$ koşuluna uyan θ açısına z nin esas argümenti denir.

$\text{Arg}z = \theta$ biçiminde yazılır.

25. b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunun bir kökü $3 - 2i$ karmaşık sayıdır.

Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm 25

$P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunun bir kökü $x_1 = 3 - 2i$ ise diğer kökü $x_2 = 3 + 2i$ dir.

$$x_1 + x_2 = (3 - 2i) + (3 + 2i) = 6$$

$$x_1 \cdot x_2 = (3 - 2i)(3 + 2i) = 9 - 4i^2 = 9 - 4(-1) = 9 + 4 = 13$$

$P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunda

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{1} = -b = -6$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{1} = c = 13$$

$$P(x) = x^2 + bx + c = x^2 - 6x + 13 \quad \Rightarrow \quad P(-1) = (-1)^2 - 6(-1) + 13 = 20$$

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

26. $\log_3 5 = a$ olduğuna göre, $\log_5 15$ 'in değeri kaçtır?

A) $\frac{a}{a+1}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a+3}$ D) $\frac{a+3}{a}$ E) $\frac{4a}{3}$

Çözüm 26

$$\log_5 15 = \log_5 (3 \cdot 5) = \log_5 5 + \log_5 3$$

$$\log_5 5 = 1$$

$$\log_3 5 = a \Rightarrow \log_3 5 \cdot \log_5 3 = 1 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{a}$$

$$\log_5 3 = \frac{1}{a} \text{ olduğuna göre, } \log_5 15 = 1 + \frac{1}{a} = \frac{a+1}{a}$$

27. $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2 D) $\log_6 2$ E) $\log_6 3$

Çözüm 27

$$\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6}$$

$$\log_2 6 \cdot \log_6 2 = 1 \text{ olduğuna göre, } \log_6 2 = \frac{1}{\log_2 6}$$

$$\log_3 6 \cdot \log_6 3 = 1 \text{ olduğuna göre, } \log_6 3 = \frac{1}{\log_3 6}$$

olduğuna göre, $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} = \log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2 \cdot 3) = \log_6 6 = 1$ elde edilir.

28. $0 \leq \log_2(x-5) \leq 2$ eşitsizliklerini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 28

I. Yol

$$0 \leq \log_2(x-5) \leq 2$$

$$2^0 \leq x-5 \leq 2^2 \Rightarrow 1 \leq x-5 \leq 4 \Rightarrow 6 \leq x \leq 9 \Rightarrow x = \{6, 7, 8, 9\}$$

II. Yol

$$0 \leq \log_2(x-5) \leq 2$$

$$\log_2 1 \leq \log_2(x-5) \leq \log_2 2^2$$

$$\log_2 1 \leq \log_2(x-5) \leq \log_2 4$$

$$1 \leq x-5 \leq 4 \Rightarrow 6 \leq x \leq 9 \Rightarrow x = \{6, 7, 8, 9\}$$

29. 1'den farklı a, b, c pozitif gerçel sayıları için

$$\log_a b = \frac{1}{2}$$

$\log_a c = 3$ olduğuna göre, $\log_b \left(\frac{b^2}{c\sqrt{a}} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) -6 E) -5

Çözüm 29

$$\log_b \left(\frac{b^2}{c\sqrt{a}} \right)$$

$$\log_a b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow b = \sqrt{a}$$

$$\log_a c = 3 \Rightarrow c = a^3$$

c , b cinsinden yazılırsa,

$$a = b^2 \text{ olacağına göre, } c = (b^2)^3 \Rightarrow c = b^6$$

$$\log_b \left(\frac{b^2}{c\sqrt{a}} \right) = \log_b \left(\frac{b^2}{b^6 \cdot b} \right) = \log_b \left(\frac{1}{b^5} \right) = \log_b (b^{-5}) = -5 \cdot \log_b b = -5 \cdot 1 = -5$$

30. $\sum_{n=0}^{100} 3^n$ toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 30

$$\sum_{n=0}^{100} 3^n = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} = \frac{1-3^{101}}{1-3} = \frac{3^{101}-1}{2}$$

$$3^{101} \equiv ? \pmod{5}$$

$$3^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 3^{101} \equiv 3^{4 \cdot 25 + 1} \equiv 3 \cdot (3^4)^{25} \equiv 3 \cdot 1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$\frac{3^{101}-1}{2} \Rightarrow \frac{3-1}{2} = 1$$

Not :

$$\sum_{k=0}^{n-1} x^k = x^0 + x^1 + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1}$$

$$= 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}, \quad x \neq 1, \quad \mathbb{N}^+ \text{ için}$$

31. $\{a_n\}$ ve $\{b_n\}$ dizileri aşağıdaki biçimde tanımlanıyor.

$$a_n = \begin{cases} 0, & n \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise} \\ n, & n \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise} \\ -n, & n \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise} \end{cases}$$

$$b_n = \sum_{k=0}^n a_k$$

Buna göre, b_4 kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

Çözüm 31

$$b_4 = \sum_{k=0}^4 a_k = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$a_0 = 0, \quad 0 \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise}$$

$$a_1 = 1, \quad 1 \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise}$$

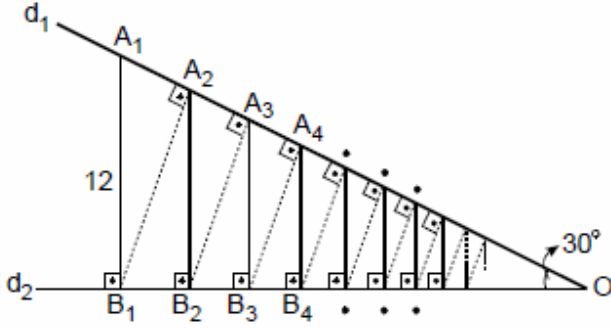
$$a_2 = -2, \quad 2 \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise}$$

$$a_3 = 0, \quad 3 \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise}$$

$$a_4 = 4, \quad 4 \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise}$$

$$b_4 = \sum_{k=0}^4 a_k = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0 + 1 + (-2) + 0 + 4 = 5 - 2 = 3$$

32.



Yukarıda verilen d_1 ve d_2 doğrularının oluşturduğu açının ölçüsü 30° dir.

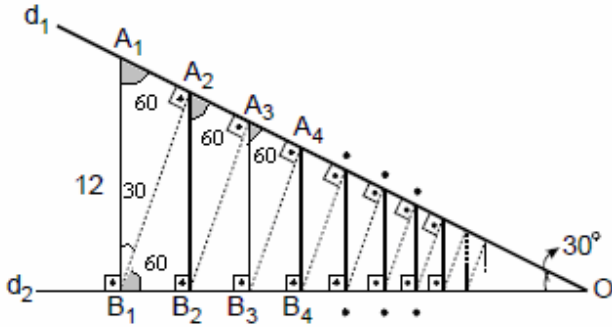
İlk olarak, d_1 doğrusu üzerinde alınan A_1 noktasından d_2 doğrusuna A_1B_1 dikmesi iniliyor.

Sonra B_1 noktasından d_1 doğrusuna B_1A_2 dikmesi ve A_2 dikme ayağından da d_2 doğrusuna A_2B_2 dikmesi inilerek bu işleme devam ediliyor.

$|A_1B_1| = 12$ cm olduğuna göre, d_2 doğrusuna bu şekilde inilen tüm dikmelerin uzunluklarının toplamı olan $|A_1B_1| + |A_2B_2| + |A_3B_3| + \dots$ kaç cm'dir?

- A) 32 B) 36 C) 38 D) 40 E) 48

Çözüm 32



$$|A_1B_1| = 12$$

A_1B_1O dik üçgeninde, $m(\angle OA_1B_1) = 180 - (90 + 30) = 60$

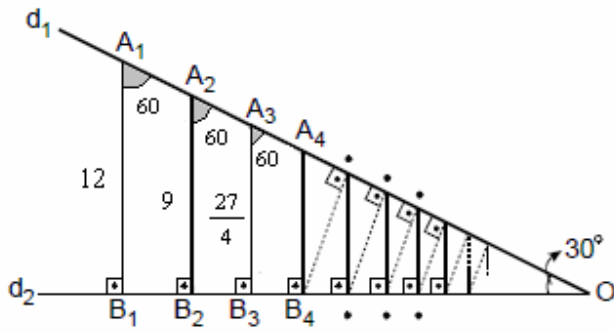
$B_1A_2A_1$ dik üçgeninde, $|A_1B_1| = 12$ ise $|A_2B_1| = 6\sqrt{3}$

$B_1B_2A_2$ dik üçgeninde, $|A_2B_1| = 6\sqrt{3}$ ise $|A_2B_2| = 9$

$B_2A_3A_2$ dik üçgeninde, $|A_2B_2| = 9$ ise $|A_3B_2| = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

$B_2B_3A_3$ dik üçgeninde, $|A_3B_2| = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ ise $|A_3B_3| = \frac{27}{4}$

$$|A_1B_1| + |A_2B_2| + |A_3B_3| + \dots = 12 + 9 + \frac{27}{4} + \dots$$



$$12 + 9 + \frac{27}{4} + \dots = 12 \cdot \left(1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots\right)$$

$$a_1 = 12$$

$$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow 9 = 12 \cdot r \Rightarrow r = \frac{3}{4} \quad (r : \text{geometrik dizinin ortak çarpanı})$$

$$a_3 = \frac{27}{4}$$

$$12 + 9 + \frac{27}{4} + \dots = 12 \cdot \left(1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots\right) = 12 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} = 12 \cdot \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = 12 \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}} = 12 \cdot 4 = 48$$

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

Not : Geometrik Dizi

Ardışık iki terimin oranı aynı olan dizilere geometrik dizi denir.

$r \in \mathbb{R}$ olmak üzere her $n \in \mathbb{N}^+$ için $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ ise (a_n) bir geometrik dizidir.

“ r ” ye dizinin ortak çarpanı denir.

Not : Geometrik Seri

$a_n = a.r^{n-1}$ geometrik dizisinde $|r| < 1$ ise,

$$\sum_{k=1}^{\infty} a.r^{k-1} = a.(1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{k-1} + \dots) = a.\frac{1}{1-r} = \frac{a}{1-r} \text{ dir.}$$

33. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

Çözüm 33

I. Yol

3. sütunun 2 elemanı 0 (sıfır) olduğundan açılımı 3. sütuna göre yapalım.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{1+3} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + (-1)^{3+3} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{1+3} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 0 + 0$$

$$= (-1)^{1+3} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \cdot [3 \cdot 1 - 2 \cdot 2] = 2 \cdot (3 - 4) = 2 \cdot (-1) = -2$$

II. Yol

Sarrus kuralına göre,

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix} = 2 \cdot 2 \cdot 0 + 1 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) \cdot 0 - 1 \cdot (-3) \cdot 0 - 2 \cdot 3 \cdot 0 - 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6 - 8 = -2$$

34. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ matrisinin devriği A^t ve ters matrisi A^{-1} olduğuna göre,

$A^t \cdot A^{-1}$ çarpımını aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -3 \\ \frac{9}{2} & -5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & \frac{-9}{2} \\ 3 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} \frac{9}{2} & 3 \\ \frac{-5}{2} & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ \frac{5}{2} & -2 \end{bmatrix}$

Çözüm 34

$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ matrisinin devriği, $A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ matrisinin ters matrisi için $A \cdot A^{-1} = I$ olması gerekir.

$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ olsun.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2a+4c & 2b+4d \\ a+3c & b+3d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2a + 4c = 1$$

$$a + 3c = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2}, \quad c = \frac{-1}{2}$$

$$2b + 4d = 0$$

$$b + 3d = 1 \Rightarrow b = -2, \quad d = 1$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ \frac{-1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^t \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ \frac{-1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot \frac{3}{2} + 1 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) & 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 \\ 4 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) & 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -3 \\ \frac{9}{2} & -5 \end{bmatrix}$$

Not : Bir Matrisin Devriği (Transpozu)

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ matrisinin aynı indisli satırıyla sütunlarının yer değiştirmesiyle oluşturulan $[a_{ji}]_{n \times m}$ matrisine A matrisinin devriği denir ve A^T ile ya da A^d ile gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

Not : Bir Matrisin Tersi

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Ek}(A) = \frac{1}{a.d - b.c} \cdot \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$$

Not : Ek (Adjoint) Matris

Karesel A matrisinin a_{ij} terimlerinin yerine A_{ij} eř çarpanlarının yerine yazılmasıyla oluşan $[A_{ij}]$ matrisinin devriğine A matrisinin ek matrisi denir ve $\text{Ek}(A)$ ile gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ olsun.}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |d| = d$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |c| = -c$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot |b| = -b$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot |a| = a$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Ek}(A) = \begin{vmatrix} d & -c \\ -b & a \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$$

35. $2x + 2y - z = 1$

$$x + y + z = 2$$

$$y - z = 1$$

Yukarıdaki denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 3

Çözüm 35

I. Yol

$$2x + 2y - z = 1$$

$$x + y + z = 2$$

$$2x + 2y - z = 1$$

$$-2x - 2y - 2z = -4$$

$$-3z = -3 \Rightarrow z = 1$$

$$z = 1 \text{ olduğuna göre, } y - z = 1 \Rightarrow y - 1 = 1 \Rightarrow y = 2$$

$$y = 2 \text{ olduğuna göre, } x + y + z = 2 \Rightarrow x + 2 + 1 = 2 \Rightarrow x = -1$$

II. Yol

$$2x + 2y - z = 1$$

$$x + y + z = 2$$

$$y - z = 1$$

$$\text{Cramer kuralına göre, } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Sarrus kuralına göre, } \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix} = 0.2.1 + 1.1.(-1) + 2.1.(-1) - 1.2.(-1) - 2.1.1 - 0.1.(-1)$$

$$= 0 - 1 - 2 + 2 - 2 - 0 = -3 \Rightarrow \Delta = -3$$

$\Delta \neq 0$ ise tek çözümü vardır ve bu çözüm, $x = \frac{\Delta_1}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta_3}{\Delta}$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix} = 1.2.1 + 2.1.(-1) + 1.1.(-1) - 2.2.(-1) - 1.1.1 - 1.1.(-1)$$

$$= 2 - 2 - 1 + 4 - 1 + 1 = 3 \Rightarrow \Delta_1 = 3$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} \text{ olduğuna göre, } x = \frac{3}{-3} = -1$$

36. Türevlenebilir bir $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu için

$$f'(x) = 2x^2 - 1$$

$$f(2) = 4$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm 36

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2} = \frac{f(2) - 4}{2 - 2} = \frac{4 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{1} = f'(2)$$

$$f'(x) = 2x^2 - 1 \text{ olduğuna göre, } f'(2) = 2 \cdot 2^2 - 1 = 7$$

Not : L' Hospital Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ limitinde } \frac{0}{0} \text{ veya } \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği varsa, } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

37. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{-1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

özüm 37

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln x} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

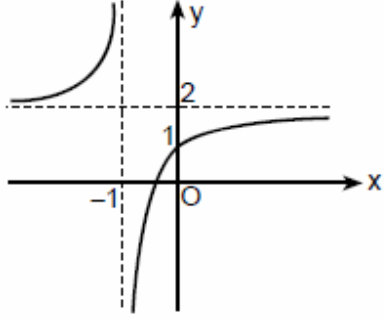
L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{x}} = \frac{-1}{2\sqrt{1}} = \frac{-1}{2}$$

Not : L' Hospital Kuralı

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ limitinde $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği varsa , $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ olur.

38.



Yukarıdaki şekilde $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$ fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ limitlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

Çözüm 38

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 + 1 = 3$$

39. $f(x) = \ln(\sin^2 x + e^{2x})$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) e B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 2

Çözüm 39

$$f(x) = \ln(\sin^2 x + e^{2x})$$

$$f'(x) = \frac{(\sin^2 x + e^{2x})'}{\sin^2 x + e^{2x}} = \frac{2 \cdot \sin x \cdot \cos x + 2 \cdot e^{2x}}{\sin^2 x + e^{2x}}$$

$$f'(0) = \frac{2 \cdot \sin 0 \cdot \cos 0 + 2 \cdot e^{2 \cdot 0}}{\sin^2 0 + e^{2 \cdot 0}} = \frac{0 + 2}{0 + 1} = 2$$

40. $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 3$ fonksiyonunun gösterdiği eğrinin bir noktasındaki teğet doğrusunun denkleminin $y = 4$ olması için a kaç olmalıdır?

A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

Çözüm 40

$y = 4$ doğrusunun eğimi $= 0$

Teğet değme noktasında eğim (türev) sıfır olacağına göre,

$$f'(x) = 6x^2 - 2ax = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{3}$$

$$f\left(\frac{a}{3}\right) = 4 \text{ olmalıdır.}$$

$$2\left(\frac{a}{3}\right)^3 - a\left(\frac{a}{3}\right)^2 + 3 = 4 \Rightarrow \frac{2a^3}{27} - \frac{a^3}{9} = 1 \Rightarrow \frac{-a^3}{27} = 1 \Rightarrow a = -3$$

41. $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ fonksiyonunun $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ aralığındaki maksimum değeri kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

Çözüm 41

$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ fonksiyonunun türevinin kökleri incelenirse,

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 10x = 0 \Rightarrow x(4x^2 - 10) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x^2 - 10 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{10}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$f(0) = 4$$

$$f\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^4 - 5\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 + 4 = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 4 = 4 - \frac{25}{4} = \frac{-9}{4} = -2,25$$

$$f\left(\frac{-\sqrt{10}}{2}\right) = \left(\frac{-\sqrt{10}}{2}\right)^4 - 5\left(\frac{-\sqrt{10}}{2}\right)^2 + 4 = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 4 = 4 - \frac{25}{4} = \frac{-9}{4} = -2,25$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 = \frac{1}{16} - \frac{5}{4} + 4 = 4 - \frac{19}{16} = \frac{45}{16} = 2,81$$

$$\left\{\frac{-9}{4}, \frac{45}{16}, 4\right\}$$

Buna göre, fonksiyonun maksimum değeri 4 dür.

Not : Bir fonksiyonun bir aralıktaki en büyük ve en küçük değeri

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun (a, b) aralığındaki türevinin kökleri x_1, x_2, \dots, x_n ;

türevsiz olduğu noktalar c_1, c_2, \dots, c_n ise

$$\{f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(c_1), f(c_2), \dots, f(c_n)\}$$

kümesinin en büyük elemanı f nin $[a, b]$ aralığındaki en büyük değeri,

en küçük elemanı f nin $[a, b]$ aralığındaki en küçük değeridir.

42. $f''(x) = 6x - 2$

$$f'(0) = 4$$

$$f(0) = 1$$

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için $f(1)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm 42

$$f''(x) = 6x - 2 \Rightarrow \int f''(x) = \int (6x - 2) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x + c$$

$$f'(0) = 4 \Rightarrow f'(0) = 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + c = 4 \Rightarrow c = 4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

$$\int f'(x) = \int (3x^2 - 2x + 4) \Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 + 4x + C$$

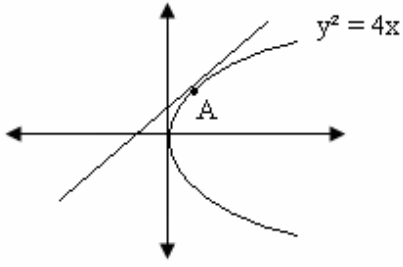
$$f(0) = 1 \Rightarrow f(0) = 0 - 0 + 4 \cdot 0 + C = 1 \Rightarrow C = 1$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 4x + 1 \text{ olduğuna göre, } f(1) = 1 - 1 + 4 \cdot 1 + 1 \Rightarrow f(1) = 5$$

43. $y^2 = 4x$ parabolüne üzerinde bulunan $A(x, y)$ noktasından çizilen teğetin eğimi 1'dir. Buna göre, A noktasının koordinatlarının toplamı olan $x + y$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 43



$$y^2 = 4x \text{ her iki tarafın türevi alınırsa, } 2y \cdot y' = 4 \Rightarrow y \cdot y' = 2$$

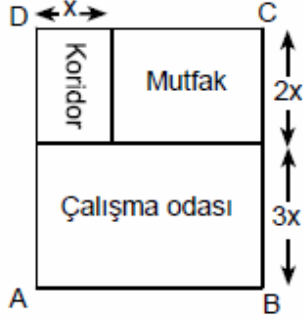
Çizilen teğetin eğimi 1 olduğuna göre, $y' = 1$ ise

$$y \cdot 1 = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ bulunur.}$$

$$y^2 = 4x \text{ olduğundan, } 2^2 = 4x \Rightarrow x = 1$$

$$A(x, y) = A(1, 2) \Rightarrow x + y = 1 + 2 = 3$$

44.

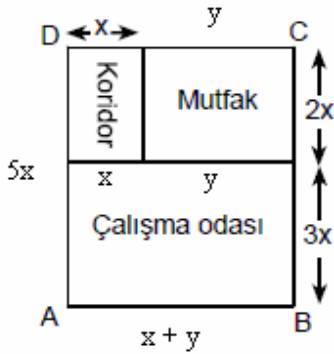


Koridor, mutfak ve çalışma odasından oluşan bir iş yerinin yukarıda verilen modeli ABCD dikdörtgenidir ve bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 72 metredir.

Bu iş yerindeki mutfağın en geniş alanlı olması için x kaç metre olmalıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 44



$$\text{Çevre}(ABCD) = 72 \Rightarrow 2.(5x + (x + y)) = 72 \Rightarrow 6x + y = 36$$

$$y = 36 - 6x$$

$$\text{Alan}(\text{mutfak}) = S = 2x.y$$

$$\text{Tek değişkene bağlı fonksiyon şeklinde yazılırsa, } S = 2x.(36 - 6x) \Rightarrow S = 72x - 12x^2$$

$$\text{Mutfağın en geniş alanlı olması için, } S' = 0 \Rightarrow 72 - 24x = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$y = 36 - 6x \text{ olduğuna göre, } y = 36 - 6.3 \Rightarrow y = 18$$

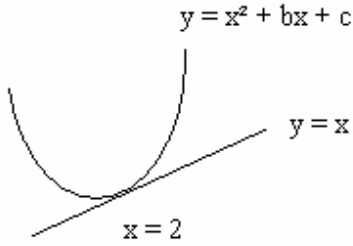
$$\text{Alan}(\text{mutfak}) = S = 2x.y = 2.3.18 = 108$$

45. $y = x^2 + bx + c$ parabolüne $x = 2$ noktasında teğet olan doğru $y = x$ ise $b + c$ toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm 45

I. Yol



Parabol ile doğru teğet olduğuna göre, eğimleri eşit olur.

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 + bx + c \Rightarrow y' = 2x + b \\ y = x \Rightarrow y' = 1 \end{array} \right\} 2x + b = 1 \text{ ise}$$

$$x = 2 \text{ için, } 2 \cdot 2 + b = 1 \Rightarrow b = -3$$

Parabol ile doğrunun kesişim noktası $x = 2$ için,

$$y = x^2 - 3x + c = x \Rightarrow x^2 - 4x + c = 0 \Rightarrow 2^2 - 4 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = 4$$

Buna göre, $y = x^2 + bx + c = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow b + c = -3 + 4 = 1$ elde edilir.

II. Yol

$x = 2$ ise, $y = x \Rightarrow y = 2$ olduğuna göre, teğet değme noktası $= (2, 2)$

$y = x$ doğrusunun eğimi : 1

$y = x^2 + bx + c$ parabolünün eğimi de 1 olacağına göre,

$$f'(2) = 1 \Rightarrow 4 + b = 1 \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 2 \Rightarrow 2 = 2^2 - 3 \cdot 2 + c \Rightarrow c = 4$$

$$b + c = -3 + 4 = 1$$

46. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

Çözüm 46

$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ değişken değiştirerek integrali alınırsa,

$\cos x = u$ olsun.

$$-\sin x dx = du \Rightarrow dx = \frac{-du}{\sin x}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow u = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow u = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow u = \cos 0 \Rightarrow u = 1$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \int_1^{\frac{1}{2}} \frac{\sin x}{u^2} \cdot \frac{-du}{\sin x} = -\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{du}{u^2} = -\int_1^{\frac{1}{2}} u^{-2} du = -\left(\frac{u^{-2+1}}{-2+1} \right) \Big|_1^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{u} \Big|_1^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{1} = 2 - 1 = 1$$

47. $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

Çözüm 47

$\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx$ değişken değiştirerek integrali alınırsa,

$\sqrt{2x+1} = u$ olsun.

$$2x+1 = u^2 \Rightarrow x = \frac{u^2-1}{2}$$

$$2dx = 2udu \Rightarrow dx = udu$$

$$x = 4 \Rightarrow u = 3$$

$$x = 0 \Rightarrow u = 1$$

$$\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx = \int_1^3 \frac{6 \frac{u^2-1}{2}}{\sqrt{u^2}} udu = \int_1^3 3(u^2-1)du$$

$$= \left(\frac{3u^{2+1}}{3} - 3u \right) \Big|_1^3 = (u^3 - 3u) \Big|_1^3 = (3^3 - 3 \cdot 3) - (1^3 - 3 \cdot 1) = 27 - 9 + 2 = 20$$

48. $y = x^3$ eğrisi ve $y = x$ doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

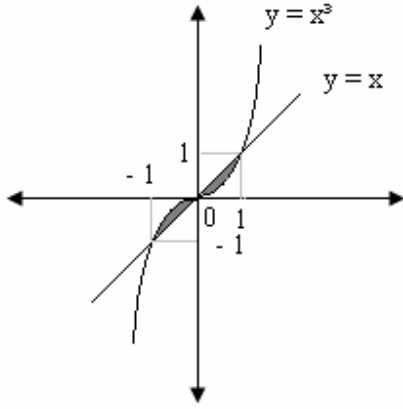
Çözüm 48

$y = x^3$ eğrisi ile $y = x$ doğrusunun kesişim noktaları,

$$x^3 = x \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 1) = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow (x, y) = (0, 0)$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1, y = \pm 1 \Rightarrow (x, y) = (1, 1) = (-1, -1)$$



$$\text{Taralı bölgenin alanı} = \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx + \int_0^1 (x - x^3) dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^0 + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1$$

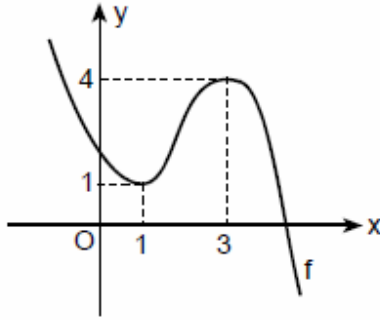
$$= \left[0 - \left(\frac{(-1)^4}{4} - \frac{(-1)^2}{2} \right) \right] + \left[\left(\frac{1^2}{2} - \frac{1^4}{4} \right) - 0 \right]$$

$$= - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

veya

$$\text{Taralı bölgenin alanı} = 2 \cdot \int_0^1 (x - x^3) dx = 2 \cdot \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \left(x^2 - \frac{x^4}{2} \right) \Big|_0^1 = \left(1 - \frac{1}{2} \right) - 0 = \frac{1}{2}$$

49.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu için $\int_1^3 \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

Çözüm 49

$$\int_1^3 \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2} dx = \int_1^3 \left(\frac{f(x)}{x} \right)' dx = \left(\frac{f(x)}{x} \right) \Big|_1^3 = \frac{f(3)}{3} - \frac{f(1)}{1} = \frac{4}{3} - \frac{1}{1} = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

50.

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x - 3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

için $\int_1^3 f(x+1)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm 50

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x - 3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$f(x+1) = \begin{cases} 3 - (x+1), & x+1 < 2 \text{ ise} \\ 2 \cdot (x+1) - 3, & x+1 \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$f(x+1) = \begin{cases} 4 - x, & x < 1 \text{ ise} \\ 2x - 1, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\int_1^3 f(x+1)dx = \int_1^3 (2x-1)dx = \left(\frac{2x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 = (x^2 - x) \Big|_1^3 = (3^2 - 3) - (1^2 - 1) = 6 - 0 = 6$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA