

Öğrenci Seçme Sınavı (Öss) / 17 Haziran 2007

Matematik II Soruları ve Çözümleri

1. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde * işlemi, $Z_1 * Z_2 = Z_1 + Z_2 + |Z_1 Z_2|$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(1 - 2i) * (2 + i)$ işleminin sonucu nedir?

- A) $1 + 8i$ B) $1 - 8i$ C) $8 + i$ D) $8 - i$ E) $2 - i$

Çözüm 1

$$Z_1 * Z_2 = Z_1 + Z_2 + |Z_1 Z_2|$$

$$(1 - 2i) * (2 + i) = 1 - 2i + 2 + i + |(1 - 2i)(2 + i)|$$

$$= 3 - i + |2 + i - 4i - 2i^2|$$

$$= 3 - i + |4 - 3i|$$

$$Z = a + bi \Rightarrow |Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= 3 - i + \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$= 3 - i + 5$$

$$= 8 - i$$

2. $\frac{\sin 10^\circ \cos 40^\circ + \cos 10^\circ \sin 40^\circ}{\cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

Çözüm 2

$$\sin 10^\circ \cos 40^\circ + \cos 10^\circ \sin 40^\circ = \sin(10 + 40) \Rightarrow \sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ = \cos(50 - 10) \Rightarrow \cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\frac{\sin 50}{\cos 40} = \frac{\cos 40}{\cos 40} = 1$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$$

3. $\frac{\cos 2a}{1 - \tan^2 a}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin^2 a$ B) $\cos^2 a$ C) $\cot^2 a$ D) $1 + \sin^2 a$ E) $1 + \tan^2 a$

Çözüm 3

$$\frac{\cos 2a}{1 - \tan^2 a} = \frac{\cos 2a}{1 - \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a}} = \frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\cos^2 a}} = \cos^2 a$$

Not :

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

4. $\left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $-1 + \sqrt{3}$ E) $1 + \sqrt{3}$

Çözüm 4

$$\begin{aligned} \left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^2 &= \sin^2 \frac{\pi}{12} + 2\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{\pi}{12} \\ &= 1 + \sin \frac{\pi}{6} \\ &= 1 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Not : $\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$

5. $\log_2 (\log_3 (5x + 6)) = 2$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 15 E) 18

Çözüm 5

$$\log_2 (\log_3 (5x + 6)) = 2$$

$$\log_3 (5x + 6) = 2^2 = 4$$

$$5x + 6 = 3^4 = 81$$

$$5x = 81 - 6 = 75$$

$$x = 15$$

$$\text{Not : } a = \log_b c \Leftrightarrow c = b^a$$

6. $n \geq 1$ için $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k \cdot (k+1)}$ olduğuna göre, a_{99} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{50}{49}$ B) $\frac{49}{50}$ C) $\frac{98}{99}$ D) $\frac{100}{99}$ E) $\frac{99}{100}$

Çözüm 6

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k.(k+1)} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)}$$

$$\frac{1}{k.(k+1)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} \Rightarrow \frac{1}{k.(k+1)} = \frac{Ak + A + Bk}{k.(k+1)}$$

$$\Rightarrow A = 1, k.(A + B) = 0 \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow 1 + B = 0 \Rightarrow B = -1$$

$$\frac{1}{k.(k+1)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} \Rightarrow \frac{1}{k.(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \text{ elde edilir.}$$

$$\frac{1}{k.(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \text{ eşitliğinden,}$$

$$a_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k.(k+1)} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

$$\Rightarrow n = 99 \text{ için,}$$

$$a_{99} = \sum_{k=1}^{99} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{99}{100}$$

7. $\frac{\frac{1}{x} - x}{x + x^2} \cdot \frac{x^2}{1 - 2x + x^2}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x^2}$ B) $\frac{x}{1-x}$ C) $\frac{1}{1-x}$ D) $\frac{1}{1+x}$ E) $\frac{1-x}{1+x}$

Çözüm 7

$$\frac{\frac{1-x^2}{x}}{x(1+x)} \cdot \frac{x^2}{(1-x)^2} = \frac{(1-x)(1+x)}{x^2(1+x)} \cdot \frac{x^2}{(1-x)(1-x)} = \frac{1}{1-x}$$

Not :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

8. $\frac{x^2 + x + 1}{2x^2 + 5x} : \frac{x^3 - 1}{2x^2 + 3x - 5}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x}$ B) $\frac{1}{2-x}$ C) $\frac{2}{1+x}$ D) x E) $x + 1$

Çözüm 8

$$\frac{x^2 + x + 1}{x(2x + 5)} \cdot \frac{(2x + 5)(x - 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{1}{x}$$

Not : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

9. $\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $1 + \sqrt{3}$ B) $2 - 2\sqrt{3}$ C) $2 + \sqrt{3}$ D) $4 - \sqrt{3}$ E) $8 - 3\sqrt{3}$

Çözüm 9

$x^2 + 3 = t$ dönüşümü yapılırsa

$$2x dx = dt \Rightarrow x dx = \frac{dt}{2} \quad \left(\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow t=3 \\ x=1 \Rightarrow t=4 \end{array} \right) \text{ olur.}$$

$$\int_3^4 \frac{3}{2} \sqrt{t} dt = \frac{3}{2} \int_3^4 \sqrt{t} dt = \frac{3}{2} \cdot \frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \Big|_3^4 = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \Big|_3^4 = t^{\frac{3}{2}} \Big|_3^4 = 4^{\frac{3}{2}} - 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{4^3} - \sqrt{3^3}$$

$$= \sqrt{2^6} - 3\sqrt{3} = 2^3 - 3\sqrt{3} = 8 - 3\sqrt{3}$$

10. $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2} + \ln 2$ B) $-1 + \ln 2$ C) $\ln 2$ D) $2\ln 2$ E) $1 + 2\ln 2$

Çözüm 10

$$\frac{x^2}{x+1} = (x-1) + \frac{1}{x+1}$$

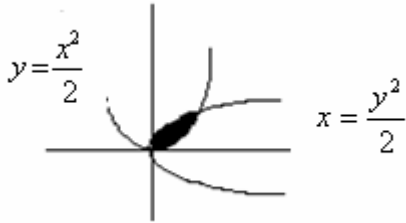
$$\int_0^1 \left((x-1) + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big|_0^1 = \left[\frac{1}{2} - 1 + \ln(1+1) \right] - [0] = -\frac{1}{2} + \ln 2$$

11. $x^2 = 2y$

$y^2 = 2x$ eğrileriyle sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

Çözüm 11



Ortak çözümden

$$\begin{aligned} x^2 = 2y = 2 \cdot \sqrt{2x} &\Rightarrow x^4 = 4 \cdot 2x = 8x \\ &\Rightarrow x^4 - 8x = 0 \\ &\Rightarrow x \cdot (x^3 - 8) = 0 \\ &\Rightarrow x_1 = 0 \text{ ve } x_2 = 2 \end{aligned}$$

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\sqrt{2} \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{x^{2+1}}{2 \cdot (2+1)} \right) \Big|_0^2 = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} 2^{\frac{3}{2}} - \frac{2^3}{6} = \frac{8}{3} - \frac{8}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$12. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisleri için $A.X = B$ denklemini sağlayan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

$$A) \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad D) \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Çözüm 12

$$A.X = B \Rightarrow X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ olsun.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a.1+0.c & b.1+0.d \\ a.(-1)+c.1 & b.(-1)+1.d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a = 1, b = 0, c = 2, d = 1 \Rightarrow X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ elde edilir.}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

$$A) 0 \quad B) \frac{1}{2} \quad C) 1 \quad D) 2 \quad E) \sqrt{2}$$

Çözüm 13

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x} = \frac{1 - \cos \sqrt{0}}{0} = \frac{1 - 1}{0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan L'Hospital uygulanır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sin \sqrt{x}}{1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

Tekrar L'Hospital uygulanırsa ;

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{2}$$

Not : L'Hospital Kuralı

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ limitinde $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği varsa , $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ olur.

14. Gerçel sayılar kümesi üzerinde, tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için

$$f(x + y) = f(x) + f(y) + xy$$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 3$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 14

I. yol

$$f(x + y) = f(x) + f(y) + xy \quad (\text{önce } x \text{ 'e göre sonra } y \text{ 'ye göre türev aldığımızda})$$

$$f'(x + y) = f'(x) + y$$

$$f'(x + y) = f'(y) + x \quad \text{Taraf tarafa çıkartalım.}$$

$$0 = f'(x) + y - f'(y) - x \quad \Rightarrow \quad y - x = f'(y) - f'(x)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 3 = f'(0)$$

$x = 1$ ve $y = 0$ için

$$0 - 1 = f'(0) - f'(1)$$

$$f'(1) = f'(0) + 1 = 3 + 1 = 4$$

II. yol

Türevin tanımından yola çıkarsak.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h + x_0) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 3 = f'(0)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(x + y) - f(x)}{(x + y) - x} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{[f(x) + f(y) + xy] - f(x)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(y) + xy}{y}$$

$$= \lim_{y \rightarrow 0} \left(\frac{f(y)}{y} + x \right) \Rightarrow 3 + x = f'(x) \Rightarrow f'(1) = 3 + 1 = 4$$

Not : Türev Kavramı

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve $x_0 \in (a, b)$ olsun.

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ limitine (varsa) f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi denir ve

$f'(x_0)$ ile gösterilir.

Not :

$$x - x_0 = h \Rightarrow x = x_0 + h$$

Bu durumda $x \rightarrow x_0 \Rightarrow h = 0$ olur.

Bu nedenle $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ olur.

15. Gerçel sayılar kümesi üzerinde, tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için

$f(0) = f'(0) = 4$ olduğuna göre,

$g(x) = f(x.f(x))$ ile tanımlanan g fonksiyonu için $g'(0)$ kaçtır?

A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

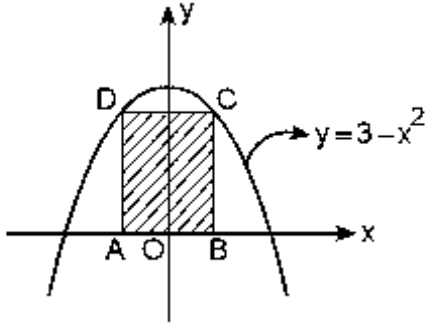
Çözüm 15

$$g(x) = f(x.f(x)) \Rightarrow g'(x) = f'(x.f(x)).[1.f(x) + f'(x).x]$$

$$g'(0) = f'(0.f(0)).[1.f(0) + f'(0).0] \Rightarrow g'(0) = f'(0).4 = 4.4 = 16$$

Not : f ve g türevi olan iki fonksiyon olduğuna göre , $(g \circ f)' = g'(f(x)).f'(x)$

16. A ve B noktaları Ox ekseninde, C ve D noktaları ise $y = 3 - x^2$ parabolü üzerinde pozitif ordinatlı noktalar olmak üzere şekildeki gibi ABCD dikdörtgenleri oluşturuluyor,



Bu dikdörtgenlerden alanı en büyük olanın alanı kaç birim karedir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

Çözüm 16

C(x, y) olsun.

$$B(x, 0)$$

$$C(x, y) = C(x, 3 - x^2)$$

$$\left. \begin{array}{l} B(x, 0) \\ C(x, y) = C(x, 3 - x^2) \end{array} \right\} A(x) = 2.x.y = 2.x.(3 - x^2) = 6x - 2x^3$$

$$A'(x) = 6 - 6x^2 = 0 \Rightarrow 6x^2 = 6 \Rightarrow x = \mp 1$$

Buradan $y = 3 - x^2 \Rightarrow y = 2$ olur.

$$\text{Alan (ABCD)} = 2.1.2 = 4$$

17. $f(x) = 2\sqrt{1-x^2}$ ile verilen f fonksiyonunun gerçel saylardaki en geniş tanım kümesi

T ve görüntü kümesi $G = \{f(x) \mid x \in T\}$ olduğuna göre,

$T \cap G$ kesişim kümesi aşağıdaki aralıklardan hangisine eşittir?

A) $[0, 1]$ B) $[1, 2]$ C) $[2, 3]$ D) $[0, \sqrt{2}]$ E) $[1, \sqrt{2}]$

Çözüm 17

f çift dereceli kök tanımından ; $1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow T = [-1, 1]$

G 'nin Minimum elemanı için ; $x = \mp 1 \Rightarrow f(x) = 2\sqrt{0} = 0$

Maximum elemanı için ; $x = 0 \Rightarrow f(x) = 2\sqrt{1} = 2 \Rightarrow G = [0, 2]$

$T \cap G = [-1, 1] \cap [0, 2] = [0, 1]$

18. \mathbb{R} den \mathbb{R} ye $f(x) = 3^{x+2}$ ile tanımlı f fonksiyonu için,

$f(a+b-1)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{f(a+b)}{9}$ B) $\frac{f(a+b)}{27}$ C) $\frac{f(a).f(b)}{9}$ D) $\frac{f(a).f(b)}{27}$ E) $\frac{f(a).f(b)}{81}$

Çözüm 18

$f(x) = 3^{x+2} \Rightarrow f(a+b-1) = 3^{a+b-1+2} = 3^{a+b-1} = 3^a \cdot 3^b \cdot 3^{-1} = \frac{3^a \cdot 3^b}{3}$

$f(a) = 3^{a+2} \Rightarrow 3^a = \frac{f(a)}{3^2}$

$f(b) = 3^{b+2} \Rightarrow 3^b = \frac{f(b)}{3^2}$ olduğuna göre,

$f(a+b-1) = \frac{\frac{f(a)}{3^2} \cdot \frac{f(b)}{3^2}}{3} = \frac{f(a).f(b)}{27}$

19. \mathbb{R} den \mathbb{R} ye $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 3 \\ 3 & x = 3 \\ x + a & x > 3 \end{cases}$ ise ile tanımlanan f fonksiyonunun $x = 3$ noktasında

limitinin olması için a kaç olmalıdır?

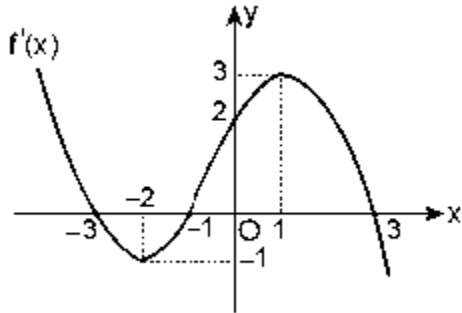
- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm 19

f fonksiyonunun $x = 3$ noktasında limitinin olması için ; $x = 3$ noktasında sağdan ve soldan limitinin eşit olması gerekir.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \Rightarrow 3 + a = 9 \Rightarrow a = 6$$

20. Aşağıda, her noktada türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevinin (f' nün) grafiği verilmiştir.



Yukarıdaki verilere uygun olarak alınacak her f fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $-2 < x < -1$ aralığında artandır.
 B) $0 < x < 3$ aralığında azalandır.
 C) $x = 1$ de bir yerel maksimumu vardır.
 D) $x = -1$ de bir yerel maksimumu vardır.
 E) $x = -3$ de bir yerel maksimumu vardır.

Çözüm 20

A) $-2 < x < -1$ de $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ fonksiyonu azalandır.

B) $0 < x < 3$ de $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ fonksiyonu artandır.

C) $x = 1$ de yerel maksimum yoktur. Dönüm noktası vardır.

D) $x = -1$ de bir yerel minimum vardır.

E) $x = -3$ de bir yerel maksimumu vardır.

21. $f(x) = ||x - 3| - 2|$ fonksiyonunun grafiğiyle $g(x) = 4$ fonksiyonunun grafiğinin kesim noktalarının apsilerinin toplamı kaçtır?

A) 16 B) 14 C) 10 D) 8 E) 6

Çözüm 21

Ortak çözümden ;

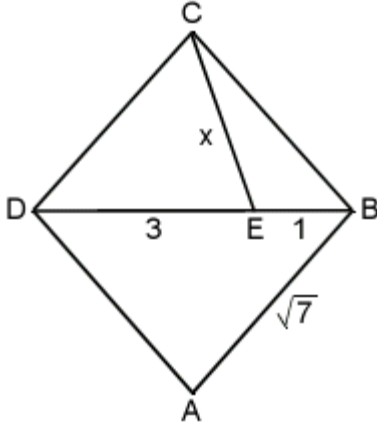
$$||x - 3| - 2| = 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} |x - 3| - 2 = 4 \\ |x - 3| - 2 = -4 \end{array} \right.$$

$$|x - 3| - 2 = 4 \Rightarrow |x - 3| = 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} x - 3 = 6 \Rightarrow x = 9 \\ x - 3 = -6 \Rightarrow x = -3 \end{array} \right.$$

$$|x - 3| - 2 = -4 \Rightarrow |x - 3| = -2 \Rightarrow \neq$$

Apsisler toplamı = $9 + (-3) = 6$

22.



ABCD bir eşkenar dörtgen

$$|AB| = \sqrt{7} \text{ cm}$$

$$|DE| = 3 \text{ cm}$$

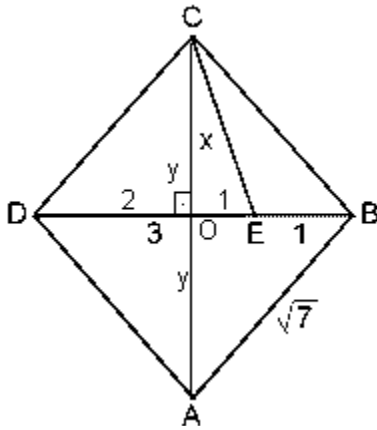
$$|EB| = 1 \text{ cm}$$

$$|CE| = ?$$

Yukandaki verilere göre, x kaç cm dir?

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

Çözüm 22



Eşkenar dörtgende, köşegenler birbirini dik ortalar.

$$|OC| = |OA| = y \text{ olsun.}$$

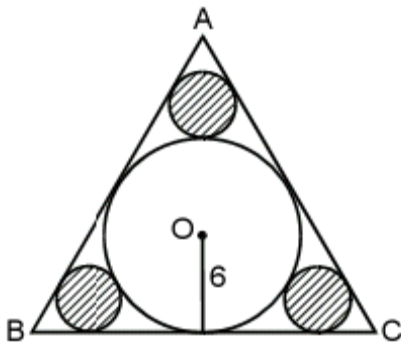
OBA üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$$(\sqrt{7})^2 = y^2 + 2^2 \Rightarrow y = \sqrt{3}$$

OCE üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$$x^2 = y^2 + 1^2 = (\sqrt{3})^2 + 1 = 4 \Rightarrow x = 2$$

23.



Şekildeki ABC üçgeni eşkenar üçgendir ve O

merkezli çember ABC üçgeninin iç teğet çemberidir.

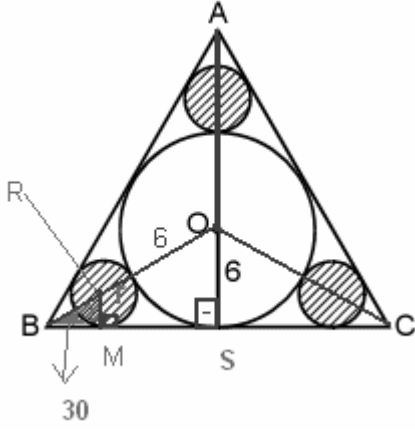
Küçük çemberler de bu çembere ve üçgenin kenarlarına teğettir.

O merkezli çemberin yarıçapı 6 cm olduğuna göre

küçük çemberlerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

- A) 6π B) 9π C) 12π D) 15π E) 18π

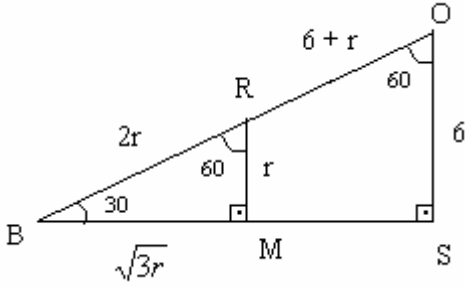
Çözüm 23



O noktası iç teğet çemberin orta noktası olduğuna göre, hem ağırlık merkezi hem de diklik merkezidir.
 $[AS] \perp [BC]$
 $[BO]$ aynı zamanda açıortay olduğuna göre,
 $m(\angle SBO) = 30$ olur.

Küçük çember M noktasında $[BC]$ ye teğet olduğuna göre, $[RM] \perp [BM]$

Küçük çemberin yarıçapı $= r$ olsun. $|RM| = r$



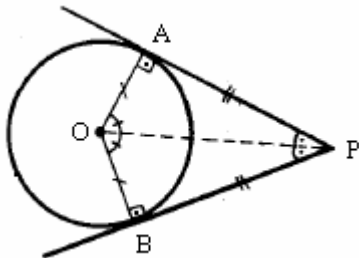
BMR dik üçgenine göre, $|BR| = 2r$ ve $|BM| = \sqrt{3}r$

BSO dik üçgenine göre, $|BO| = 12$

$2r + r + 6 = |BO| = 12 \Rightarrow r = 2$ olur.

Taralı çemberler eş olduğundan , Alanları toplamı : $3 \cdot \pi \cdot r^2 = 3 \cdot 4\pi = 12\pi$

Not :



$[OP]$ açıortaydır.

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

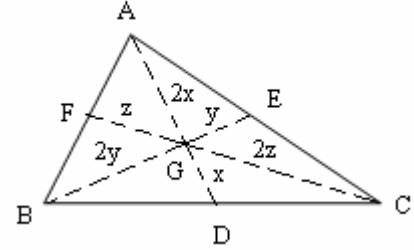
Not : Kenarortay

Bir üçgenin kenarortayları aynı bir noktada kesişirler.

Bu kesim noktasına G ağırlık merkezi denir.

$$|GD| = \frac{1}{3} \cdot |AD|$$

$$|AG| = \frac{2}{3} \cdot |AD|$$



24.

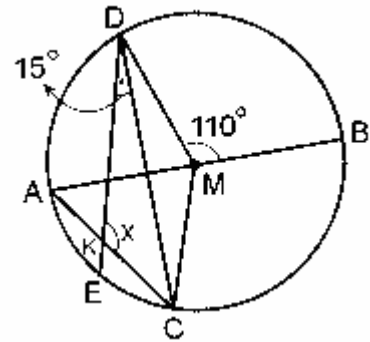
M merkezli bir çemberin [AB] çapının ayırdığı farklı yaylar üzerinde C ve D noktaları alınıyor. [AC] kirişi üzerinde alınan bir K noktası için DK doğrusu, çemberi E noktasında kesiyor.

$$m(\text{EDC}) = 15^\circ$$

$$m(\text{DMB}) = 110^\circ$$

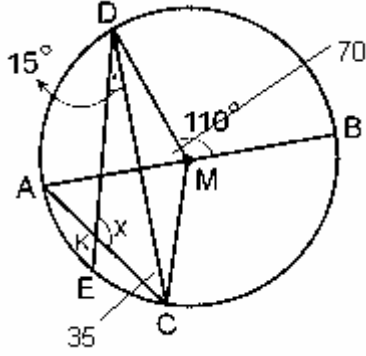
$$m(\text{DKC}) = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?



- A) 130 B) 125 C) 120 D) 115 E) 105

Çözüm 24



$$m(DMA) = 180 - 110 = 70$$

$$(AD) \text{ yayı} = 70$$

$$m(ACD) = 35$$

DKC üçgeninde ,

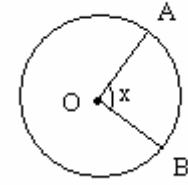
$$35 + 15 + x = 180 \Rightarrow x = 180 - 50 = 130$$

Not : Merkez aç

Köşesi çemberin merkezinde olan açiya merkez aç denir.

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$m(AOB) = m(AB) = x$$

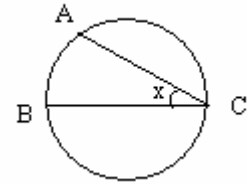


Not : Çevre aç (Çember aç)

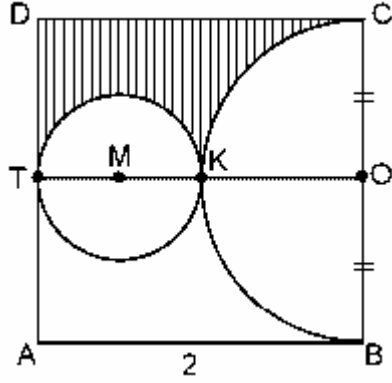
Köşesi çember üzerinde olan açiya çevre aç denir.

Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$$x = m(ACB) = \frac{m(AB)}{2}$$



25.



ABCD bir kare

$$|OB| = |OC|$$

TO // AB

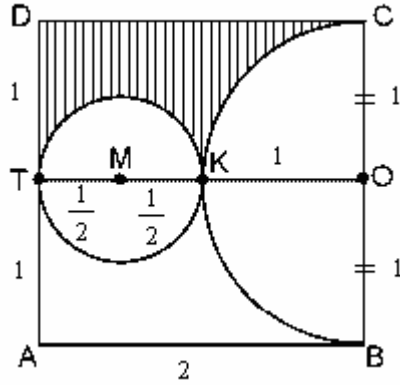
$$|AB| = 2 \text{ cm}$$

Şekildeki M merkezli çember [AD] kenarına T noktasında ve O merkezli, [BC] çaplı yarı çembere K noktasında teğettir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) $2 - \frac{3\pi}{8}$ B) $2 - \frac{5\pi}{8}$ C) $2 - \frac{3\pi}{7}$ D) $4 - \frac{3\pi}{8}$ E) $4 - \frac{5\pi}{7}$

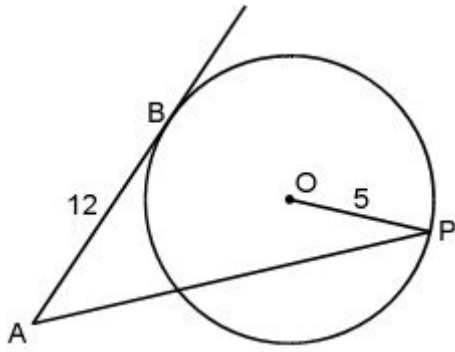
Çözüm 25



Taralı alan = (yarım dikdörtgenin alanı) - [(yarım dairenin alanı) + (çeyrek dairenin alanı)]

$$\text{Taralı alan} = 2 \cdot 1 - \left[\frac{\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} + \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \right] = 2 - \frac{3\pi}{8}$$

26.



AB doğrusu O merkezli çembere B noktasında teğet

$$|OP| = 5 \text{ cm}$$

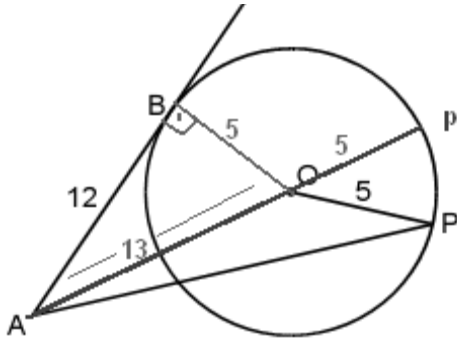
$$|AB| = 12 \text{ cm}$$

Şekildeki P noktası çember üzerinde değişmektedir.

Buna göre $|AP|$ uzunluğunun en büyük değeri kaç cm dir?

- A) 22 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17

Çözüm 26



P noktası değişken olduğundan

P noktasını A O P doğrusal olacak şekilde alınırsa ;

$$|BO| = 5 \text{ ve Pisagordan } |AO| = 13 \text{ olur.}$$

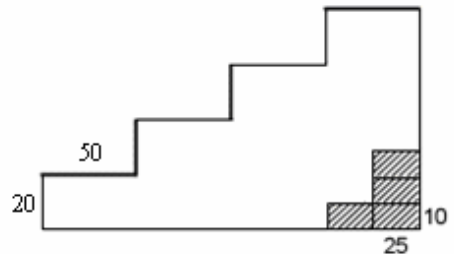
$$|AP| = 13 + 5 = 18$$

27.

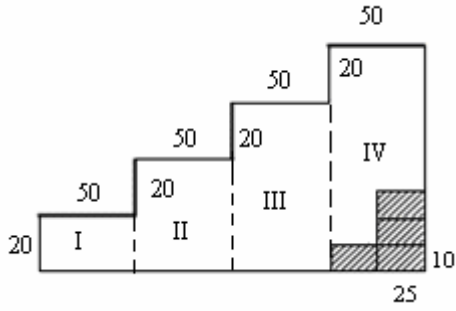
Basamak yüksekliği 20 cm, basamak genişliği 50 cm olan aşağıdaki merdivenin yan yüzü, boyutları 25 cm ve 10 cm olan dikdörtgen biçimindeki fayanslarla kaplanacaktır.

Bu iş için kaç tane fayans kullanılır?

- A) 40 B) 38 C) 36 D) 32 E) 28



Çözüm 27



Bir fayansın alanı = $10 \cdot 25 = 250$

I inci basamağın alanı = $20 \cdot 50 = 1000$

II inci basamağın alanı = $40 \cdot 50 = 2000$

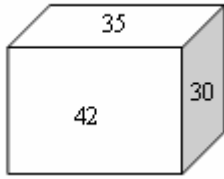
III üncü basamağın alanı = $60 \cdot 50 = 3000$

IV üncü basamağın alanı = $80 \cdot 50 = 4000$

Toplam alan = $1000 + 2000 + 3000 + 4000 = 10000$

Kullanılacak fayans sayısı = $\frac{\text{toplam alan}}{\text{bir fayansın alanı}} = \frac{10000}{250} = 40$

28.

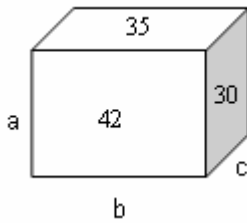


Şekildeki dikdörtgenler prizmasının üç farklı yüzünün alanları cm^2 türünden üzerlerine yazılmıştır.

Bu prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 200 B) 210 C) 240 D) 260 E) 280

Çözüm 28



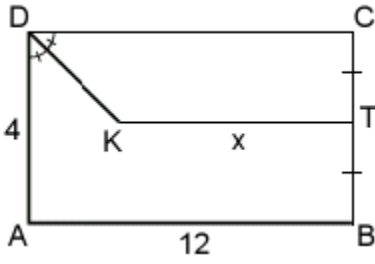
$$\left. \begin{array}{l} a \cdot b = 42 \\ a \cdot c = 30 \\ b \cdot c = 35 \end{array} \right\} \text{ hacim} = a \cdot b \cdot c = ?$$

$$(a \cdot b) \cdot (a \cdot c) \cdot (b \cdot c) = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$$

$$42 \cdot 30 \cdot 35 = 6 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 5$$

$$6 \cdot 7 \cdot 5 = a \cdot b \cdot c = 210$$

29.



ABCD bir dikdörtgen

$KT \parallel AB$

$m(\angle ADK) = m(\angle KDC)$

$|CT| = |TB|$

$|AD| = 4 \text{ cm}$

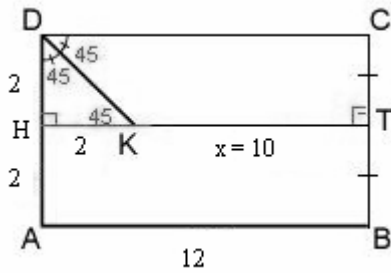
$|AB| = 12 \text{ cm}$

$|KT| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

- A) 8,5 B) 9 C) 9,5 D) 10 E) 10,5

Çözüm 29



TKH doğrusu çizildiğinde,

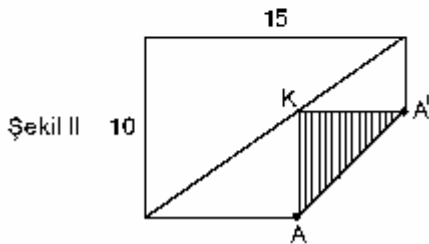
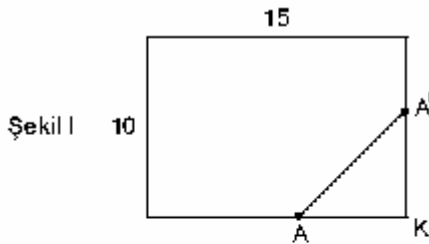
$m(\angle D) = 90 \Rightarrow m(\angle ADK) = m(\angle KDC) = 45$

DHK üçgeni ikizkenar dik üçgen olur.

$|DH| = |HA| = 2 \Rightarrow |HK| = 2$

$|AB| = |HT| = 12 \Rightarrow |KT| = 12 - 2 = 10 = x$

30.



Boyutları 15cm ve 10 cm olan Şekil I deki

dikdörtgen biçiminde bir karton,

K köşesine eşit uzaklıkta olan

ve A' noktalarını birleştiren AA' doğrusu

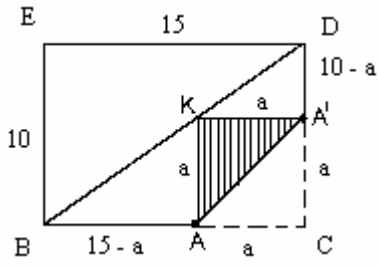
boyunca Şekil II deki gibi katlandığında

K köşesi dikdörtgenin köşegeni üzerine geliyor.

Katlanan AA'K üçgensel bölgesinin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 18 B) 20 C) 25 D) 30 E) 32

Çözüm 30



$$|AK| = |AK'| = a \text{ olsun.}$$

$$|DA'| = 10 - a$$

$$|BA| = 15 - a$$

$$|AC| = |A'C| = a$$

$$\text{alan}(AKA') = \text{alan}(BDC) - [\text{alan}(DKA') + \text{alan}(BKA) + \text{alan}(AA'C)]$$

$$\frac{a \cdot a}{2} = \frac{15 \cdot 10}{2} - \left[\frac{(10 - a) \cdot a}{2} + \frac{(15 - a) \cdot a}{2} + \frac{a \cdot a}{2} \right]$$

$$\frac{a^2}{2} = 75 - \left[\frac{10 \cdot a - a^2 + 15 \cdot a - a^2 + a^2}{2} \right]$$

$$a^2 = 150 - [10a - a^2 + 15a - a^2 + a^2] \Rightarrow 150 = 25a \Rightarrow a = 6$$

$$\text{alan}(AKA') = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA