

Öğrenci Yerleştirme Sınavı (Öys) / 21 Haziran 1992

Matematik Soruları Ve Çözümleri

1. Bir öğrenci, harçlığının  $\frac{1}{7}$  si ile, 1000 liralık otobüs biletinden 20 adet almıştır.

Buna göre, öğrencinin harçlığı kaç liradır?

- A) 120 000    B) 140 000    C) 160 000    D) 180 000    E) 200 000

Çözüm 1

Öğrencinin harçlığı =  $x$  olsun.

$$\frac{x}{7} = 1000 \cdot 20 \Rightarrow x = 140\,000 \text{ lira}$$

2. Bir satıcı, elindeki malın önce % 5 ini, daha sonra da kalan malın % 10 nünü satmıştır.

Buna göre başlangıçtaki malın yüzde kaç satılmamıştır?

- A) 84    B) 84,5    C) 85    D) 85,5    E) 86

Çözüm 2

I. Yol

Başlangıçtaki mal = 100 olsun.

Önce : Satılan kısım = 5  $\Rightarrow$  Kalan kısım = 95

Sonra : Satılan kısım = 9,5

Satılmayan kısım =  $100 - [5 + 9,5]$

$$= 100 - 14,5$$

$$= 85,5$$

## II. Yol

Başlangıçtaki mal =  $x$  olsun.

Önce : Satılan kısım =  $x \% 5 \Rightarrow$  Kalan kısım =  $x \% 95$

Sonra : Satılan kısım =  $(x \% 95) \% 10$

Satılmayan kısım =  $x - [x \% 5 + (x \% 95) \% 10]$

$$= x - \left( \frac{5x}{100} + \frac{950x}{10000} \right)$$

$$= x - \left( \frac{5x}{100} + \frac{9,5x}{100} \right)$$

$$= x - \frac{14,5x}{100}$$

$$= \frac{85,5x}{100} = x \% 85,5$$

3. Yıllık enflasyon oranı iki basamaklı bir sayı olan bir ülkede,

$a$  liraya satılan bir malın fiyatı satıştan bir yıl sonra en az kaç lira olur?

A)  $2a$     B)  $\frac{195}{100}a$     C)  $\frac{9}{5}a$     D)  $\frac{3}{2}a$     E)  $\frac{11}{10}a$

Çözüm 3

Satış fiyatı =  $a$

Yıllık enflasyon oranı iki basamaklı bir sayı olduğuna göre, en az % 10 olabilir.

Enflasyonu karşılayabilmek için malın satış fiyatı % 10 arttırılmalıdır.

Malın bir yıl sonraki satış fiyatı =  $a + a \% 10$

$$= a + \frac{a}{10}$$

$$= \frac{11a}{10}$$

4. Maliyeti sırasıyla  $a$ ,  $b$  ve  $c$  lira olan

bir kurşun kalem, bir tükenmez kalem ve bir dolmakalem den oluşan üçlü yazı takımı, aşağıdakilerin hangisinde verilen fiyatla satılırsa kesin olarak kâr edilir?

- A)  $a + b + c$  lira      B)  $b + a + 10$  lira      C)  $c + b + 10$  lira  
D)  $a + c + 10$  lira      E)  $a + b + c + 1$  lira

Çözüm 4

Karlı bir satış için satış fiyatı maliyetinden büyük olmalıdır.

Üçünün toplam maliyeti  $a + b + c$  olduğuna göre,  $a + b + c + 1$  liraya satılırsa kesin olarak kar elde edilir.

5. Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları toplamından 19 fazladır.

Beş yıl önce, bu annenin yaşı iki çocuğun yaşları toplamının 4 katı olduğuna göre, bugün büyük çocuk en az kaç yaşındadır?

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

Çözüm 5

	Anne	I. Çocuk	II. Çocuk
Bugün	$x + y + 19$	$x$	$y$
5 yıl önce	$(x + y + 19) - 5$	$x - 5$	$y - 5$

$$(x + y + 19) - 5 = 4.(x - 5 + y - 5)$$

$$x + y + 14 = 4x + 4y - 40$$

$$3.(x + y) = 54$$

$$x + y = 18$$

Bugün yaşları toplamı 18 olduğuna göre, büyük çocuk en az 10 yaşındadır.

6. Bir lastik çekilip uzatıldığında boyu % 110 artıyor.

Buna göre, çekilmiş halde 0,63 metre olan lastiğin çekilmeden önceki boyu kaç metredir?

A) 0,22    B) 0,24    C) 0,27    D) 0,30    E) 0,33

Çözüm 6

Lastiğin uzatılmadan önceki boyu =  $x$  olsun.

Lastiğin uzatıldıktan sonraki boyu =  $x + x.\% 110$

$$x + x.\% 110 = 0,63 \Rightarrow x + \frac{110x}{100} = \frac{63}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{210x}{100} = \frac{63}{100}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow x = 0,30$$

7. Bir havuza açılan iki musluktan, birincisi havuzun tamamını  $a$  saatte, ikincisi havuzun tamamını  $\frac{2a}{3}$  saatte doldurmaktadır.

Bu havuzun tamamını, muslukların ikisi birlikte, 6 saatte doldurabildiğine göre, ikinci musluk tek başına kaç saatte doldurur?

A) 8    B) 10    C) 12    D) 14    E) 16

Çözüm 7

Birinci musluk 1 saatte havuzun  $\frac{1}{a}$  sını,

İkinci musluk 1 saatte havuzun  $\frac{1}{\frac{2a}{3}} = \frac{3}{2a}$  sını doldurur.

İkisi birlikte 1 saatte  $\frac{1}{6}$  sını doldurduğuna göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{2a}{3}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2+3}{2a} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = 15 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, ikinci musluk tüm havuzu tek başına  $\frac{2a}{3} = \frac{2 \cdot 15}{3} = 10$  saatte doldurur.

8. Lokantada yemek yiyen 45 kişilik gurubun bazı üyeleri, konuk oldukları için, hesap ödememiştir.

Bu yüzden, ötekiler 3 000 er lira fazla vererek 15 000 er lira ödemiştir.

Buna göre guruptaki konuk sayısı kaçtır?

A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

Çözüm 8

Guruptaki konuk sayısı = x olsun.

Kişi başına düşen hesap 12 000 lira olduğundan tüm hesap = 45.12 000 liradır.

Konuklar hesap ödemediğine göre, 45 – x kişi 15 000 er lira ödemiştir.

Bu durumda

$$(45 - x).15 000 = 45.12 000$$

$$45 - x = 36$$

$$x = 9 \text{ elde edilir.}$$

9. Sıfırdan ve birbirinden farklı K, L ve M rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilen üç basamaklı 6 sayı toplanıyor.

Bu toplamla ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

A) 5 basamaklı bir sayıdır.

B) 4 basamaklı bir sayıdır.

C) 2 ile bölünebilir.

D) 3 ile bölünebilir.

E) 6 ile bölünebilir.

Çözüm 9

$$K L M = 100K + 10L + M$$

$$K M L = 100K + 10M + L$$

$$L K M = 100L + 10K + M$$

$$L M K = 100L + 10M + K$$

$$M L K = 100M + 10L + K$$

$$M K L = 100M + 10K + L$$

---

$$= 222.(K + L + M)$$

A) 5 basamaklı bir sayıdır.

K, L ve M nin en büyük değerleri : K = 9, L = 8 ve M = 7 olsun.

$$222.(K + L + M) = 222.(9 + 8 + 7)$$

$$= 222.24 = 5328 \Rightarrow 4 \text{ basamaklı bir sayıdır.}$$

B) 4 basamaklı bir sayıdır.

K, L ve M nin en küçük değerleri : K = 1, L = 2 ve M = 3 olsun.

$$222.(K + L + M) = 222.(1 + 2 + 3)$$

$$= 222.6 = 1332 \Rightarrow 4 \text{ basamaklı bir sayıdır.}$$

C)  $222.(K + L + M)$  sayısı, 2 ile bölünebilir.

D)  $222.(K + L + M)$  sayısı, 3 ile bölünebilir.

E)  $222.(K + L + M)$  sayısı 2 ve 3 ile bölünebildiğine göre, 6 ile bölünebilir.

10. İki raftaki kitapların sayıları arasındaki fark  $a$ ,  
az kitap bulunan raftaki kitap sayısı ise  $x$  tir.  
Buna göre, iki raftaki toplam kitap sayısının,  
az kitap olan raftaki kitap sayısına oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{2x+1}{a}$     B)  $2 - \frac{x}{a}$     C)  $2 + \frac{x}{a}$     D)  $2x - a$     E)  $x + 2$

Çözüm 10

Az kitap bulunan raftaki kitap sayısı =  $x$

İki raftaki kitap sayıları arasındaki fark  $a$  olduğuna göre,

Çok kitap bulunan raftaki kitap sayısı =  $x + a$

Buna göre istenen oran :  $\frac{x + a + x}{x} = \frac{2x + a}{x} = 2 + \frac{a}{x}$  olur.

11. İki basamaklı olan ve 12 ile tam bölünebilen en büyük sayı ile  
en küçük sayı arasındaki fark kaçtır?

A) 84    B) 80    C) 76    D) 72    E) 60

Çözüm 11

İki basamaklı olan ve 12 ile tam bölünebilen en büyük sayı = 96

İki basamaklı olan ve 12 ile tam bölünebilen en küçük sayı = 12

Aralarındaki fark :  $96 - 12 = 84$  olur.



12.  $x^{-a} = 2$  olduğuna göre,  $(x^{2a-1})^{-1}$  in  $x$  türünden değeri nedir?

- A)  $x$    B)  $2x$    C)  $3x$    D)  $4x$    E)  $5x$

Çözüm 12

$$x^{-a} = 2 \Rightarrow (x^{-1})^a = 2$$

$$(x^{2a-1})^{-1} = (x^{-1})^{2a-1} = (x^{-1})^{2a} \cdot (x^{-1})^{-1} = ((x^{-1})^a)^2 \cdot x$$

$$(x^{-1})^a = 2 \text{ olduğuna göre, } ((x^{-1})^a)^2 \cdot x = 2^2 \cdot x = 4x \text{ elde edilir.}$$

13.  $n$  ve  $a$  sıfırdan farklı birer gerçel sayı ve  $12^n \cdot n = \left(2a \cdot n^{\frac{1}{n}}\right)^n$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

- A) 4   B) 5   C) 6   D) 7   E) 8

Çözüm 13

$$12^n \cdot n = \left(2a \cdot n^{\frac{1}{n}}\right)^n \Rightarrow 12^n \cdot n = (2a)^n \cdot n$$

$$\Rightarrow 12^n = (2a)^n$$

$$\Rightarrow 12 = 2a$$

$$\Rightarrow a = 6$$

14.  $\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{a.b}$  olduğuna göre,  $b$  nin  $a$  türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{a}{a-1}$     B)  $\frac{a}{1-a}$     C)  $\frac{a}{a+1}$     D)  $\frac{a-1}{a}$     E)  $\frac{a+1}{a-1}$

Çözüm 14

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{a.b} &\Rightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{a.b} \\ &\Rightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a}.\sqrt{b}} = \sqrt{a.b} \\ &\Rightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a.b}} = \sqrt{a.b} \\ &\Rightarrow a+b = a.b \\ &\Rightarrow a = a.b - b \\ &\Rightarrow a = b.(a-1) \\ &\Rightarrow b = \frac{a}{a-1}\end{aligned}$$

15.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1$  ,  $\frac{d}{f} = 2$  ,  $\frac{k}{a} = 3$  olduğuna göre,  $\frac{b}{c}$  kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{1}{3}$    C)  $\frac{1}{6}$    D) 3   E) 6

Çözüm 15

$$\frac{d}{f} = 2 \Rightarrow d = 2.f$$

$$\frac{k}{a} = 3 \Rightarrow k = 3.a$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{2.f} \cdot \frac{f}{3.a} = 1 \Rightarrow \frac{c}{6.b} = 1$$

$$\Rightarrow c = 6.b$$

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{1}{6}$$

16. Tamsayılar kümesi üzerinde her  $a$  ,  $b$  için  $a * b = a^2 - b^2$  işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre,  $(3 * 2) * 4$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 45   B) 25   C) 18   D) 12   E) 9

Çözüm 16

$$a * b = a^2 - b^2$$

$$(3 * 2) * 4 = ?$$

$$(3 * 2) = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

$$(3 * 2) * 4 = 5 * 4 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \text{ bulunur.}$$

17.  $(1991)^{92} \equiv x \pmod{5}$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

Çözüm 17

$$1991 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$(1991)^{92} \equiv x \pmod{5} \Rightarrow 1^{92} \equiv 1 \pmod{5}$$

18.  $\left[ \left[ \frac{x}{2} + 3 \right] \right] = 2$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-4, 2]$     B)  $[-4, -2]$     C)  $(-4, -2]$     D)  $(-2, 0)$     E)  $[-2, 0)$

Çözüm 18

$$\left[ \left[ \frac{x}{2} + 3 \right] \right] = 2 \Rightarrow 2 \leq \left( \frac{x}{2} + 3 \right) < 2 + 1$$

$$\Rightarrow 2 \leq \left( \frac{x}{2} + 3 \right) < 3$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{x}{2} < 0$$

$$\Rightarrow -2 \leq x < 0$$

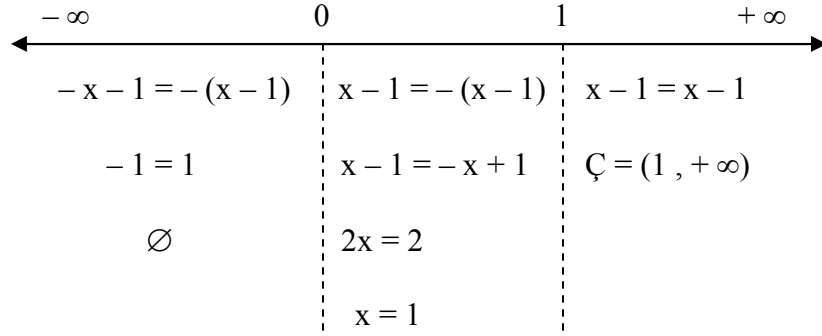
$$\Rightarrow [-2, 0)$$

Not : Tam değer fonksiyonu  $\Rightarrow \llbracket x \rrbracket = a \Rightarrow a \leq x < a + 1$

19.  $x \in \mathbb{R}$ ,  $|x| - 1 = |x - 1|$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, \infty)$    B)  $(-\infty, 0)$    C)  $[1, \infty)$    D)  $(0, \infty)$    E)  $(0, 1]$

Çözüm 19



Buna göre denklemin çözüm kümesi  $= [1, +\infty)$  olur.

20.  $x^2 - 2x + 4 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1, x_2$  ise  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$  nin pozitif değeri kaçtır?

- A)  $\sqrt{6}$     B)  $\sqrt{5}$     C)  $\sqrt{3}$     D)  $\sqrt{2}$     E) 1

Çözüm 20

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{-2}{1} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{1} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 4$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = a \text{ olsun.}$$

Eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = a^2 \Rightarrow x_1 + 2\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} + x_2 = a^2$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} = a^2$$

$$\Rightarrow 2 + 2 \cdot \sqrt{4} = a^2$$

$$\Rightarrow 2 + 2 \cdot 2 = a^2$$

$$\Rightarrow 6 = a^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{6}$$

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

21.  $g(x) = -2x + 4$

$(gof)(x) = (fog)(x)$  olduğuna göre,  $f(0)$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -3    B) -2    C) -1    D) 1    E) 2

Çözüm 21

$(gof)(x) = (fog)(x)$  olması için üç durum söz konusudur.

I –  $f(x) = I(x)$  ( $I(x)$  : Birim fonksiyon) ise

$f(0) = 0$  olur.

II –  $f(x) = g(x)$  ise

$f(0) = g(0) = -2 \cdot 0 + 4 \Rightarrow f(0) = 4$  elde edilir.

III –  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları birbirinin tersi ise

$f(x) = g^{-1}(x)$  ( $g^{-1}(x)$  :  $f(x)$  fonksiyonunun tersi)

$g(x)$  fonksiyonunun tersinin de fonksiyon olması için

$g(x)$  fonksiyonunun bire – bir ve örten olması gerekir.

$g(x) = -2x + 4 \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{4 - x}{2}$

$f(0) = g^{-1}(0) \Rightarrow g^{-1}(0) = \frac{4 - 0}{2} \Rightarrow f(0) = g^{-1}(0) = 2$  bulunur.

Sonuç olarak, soru iptal edilmiştir.

22.  $\frac{a^8 + 4a^2 - 8}{a^2 + 2}$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $a^6 - a^5 + a^4 - 4$     B)  $a^6 - a^5 - 4a^4 - 4$     C)  $a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4$

D)  $a^6 - a^5 - 4$     E)  $a^6 + 4a^2 - 4$

Çözüm 22

I. Yol

$$\begin{array}{r|l} a^8 + 4a^2 - 8 & a^2 + 2 \\ - a^8 + 2a^6 & \hline \hline - 2a^6 + 4a^2 - 8 & \\ - -2a^6 - 4a^4 & \\ \hline & 4a^4 + 4a^2 - 8 \\ - 4a^4 + 8a^2 & \\ \hline & - 4a^2 - 8 \\ - -4a^2 - 8 & \\ \hline & 0 \end{array}$$

II. Yol

$a = 1$  yazılırsa,  $\frac{1^8 + 4 \cdot 1^2 - 8}{1^2 + 2} = \frac{-3}{3} = -1$  bulunur.

$a = 1 \Rightarrow a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4 = 1^6 - 2 \cdot 1^4 + 4 \cdot 1^2 - 4 = -1$

A)  $a = 1 \Rightarrow a^6 - a^5 + a^4 - 4 = 1^6 - 1^5 + 1^4 - 4 = -3$

B)  $a = 1 \Rightarrow a^6 - a^5 - 4a^4 - 4 = 1^6 - 1^5 - 4 \cdot 1^4 - 4 = -8$

C)  $a = 1 \Rightarrow a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4 = 1^6 - 2 \cdot 1^4 + 4 \cdot 1^2 - 4 = -1$

D)  $a = 1 \Rightarrow a^6 - a^5 - 4 = 1^6 - 1^5 - 4 = -4$

E)  $a = 1 \Rightarrow a^6 + 4a^2 - 4 = 1^6 + 4 \cdot 1^2 - 4 = 1$

Aynı sonucu veren yalnızca C seçeneğidir.



23.  $\log_5 3 + \log_5 a = 1$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

- A) 3    B) 2    C) 1    D)  $\frac{5}{3}$     E)  $\frac{4}{3}$

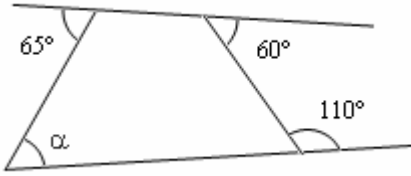
Çözüm 23

$$\log_5 3 + \log_5 a = 1 \Rightarrow \log_5(3.a) = \log_5 5$$

$$\Rightarrow 3.a = 5$$

$$\Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

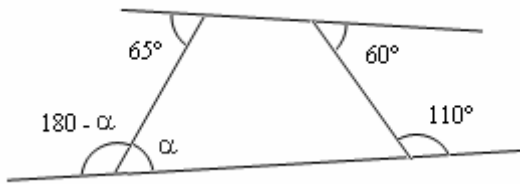
24.



Şekildeki verilere göre,  $\alpha$  açısı kaç derecedir?

- A) 60    B) 55    C) 50    D) 45    E) 40

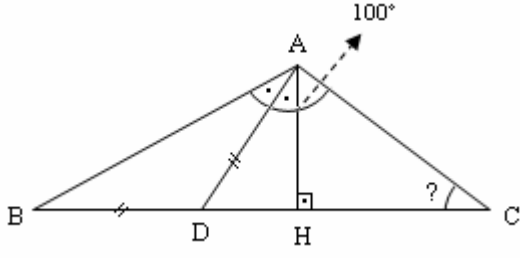
Çözüm 24



Bir dikdörtgende dış açılar toplamı  $360^\circ$  olduğuna göre,

$$110 + 60 + 65 + (180 - \alpha) = 360 \Rightarrow \alpha = 55 \text{ bulunur.}$$

25.

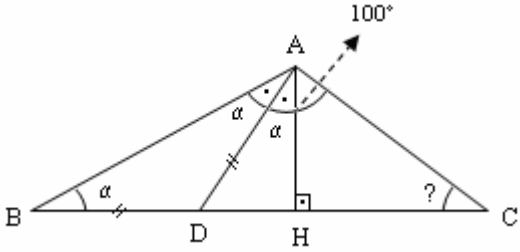


$[AH] \perp [BC]$   
 $|AD| = |BD|$   
 $m(\text{BAD}) = m(\text{DAH})$   
 $m(\text{BAC}) = 100^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, ACB açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

Çözüm 25



$m(\text{BAD}) = m(\text{DAH}) = \alpha$  olsun.

$|AD| = |BD| \Rightarrow m(\text{ABD}) = \alpha$  olur.

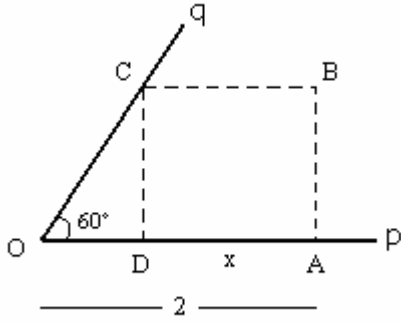
$m(\text{HDA}) = 2\alpha \Rightarrow$  Dış açı

ADH üçgeninde,  $\alpha + 2\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 30$

ABC üçgeninde,  $30 + 100 + m(\text{ACB}) = 180 \Rightarrow m(\text{ACB}) = 50$  bulunur.

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

26.



$$[DA] \subset p$$

$$C \in q$$

$$m(\text{DOC}) = 60^\circ$$

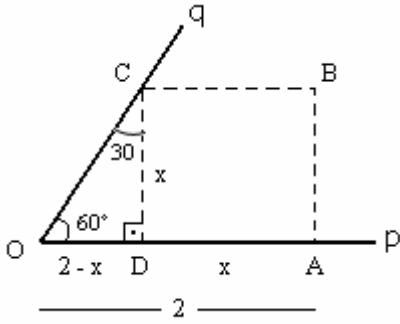
$$|OA| = 2 \text{ birim}$$

$$|DA| = x \text{ birim}$$

ABCD bir kare olduğuna göre,  $|DA| = x$  kaç birimdir?

- A)  $3 - \sqrt{3}$     B)  $2 - \sqrt{2}$     C)  $3 - \sqrt{2}$     D)  $\frac{3}{2}$     E) 1

Çözüm 26



30 derecenin karşısındaki kenar, 60 derece karşısındaki kenarın  $\sqrt{3}$  katı olduğundan,

$$(2 - x) \cdot \sqrt{3} = x \Rightarrow 2\sqrt{3} - x\sqrt{3} = x$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3} = x \cdot (1 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\Rightarrow x = 3 - \sqrt{3} \text{ elde edilir.}$$

veya

$$\begin{aligned}\text{CDO üçgeninde, } \tan 30 &= \frac{2-x}{x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2-x}{x} \\ &\Rightarrow x + x\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ &\Rightarrow x.(1 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{2} \\ &\Rightarrow x = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 1) \\ &\Rightarrow x = 3 - \sqrt{3} \text{ elde edilir.}\end{aligned}$$

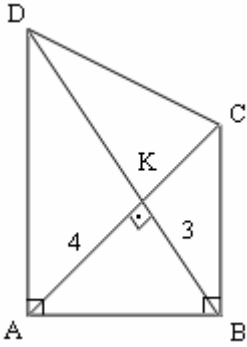
Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü  $30^\circ$  olan dik üçgende,

$30^\circ$  karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

$60^\circ$  karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  katına eşittir.

27.



$$[AC] \perp [BD]$$

$$|AK| = 4 \text{ birim}$$

$$|BK| = 3 \text{ birim}$$

Şekildeki ABCD dik yamuğunun köşegenleri K noktasında birbirine diktir.

Buna göre,  $|KC| \cdot |KD|$  çarpımı kaç birimdir?

- A) 20    B) 18    C) 16    D) 15    E) 12

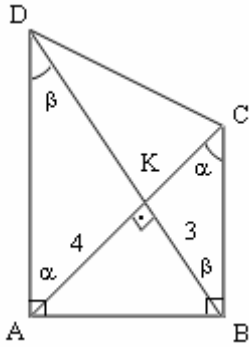
Çözüm 27

I. Yol

AD // BC olduğundan,

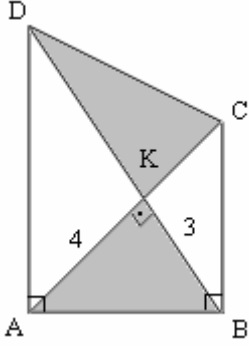
$$m(\text{DAC}) = m(\text{ACB}) = \alpha$$

$m(\text{ADB}) = m(\text{DBC}) = \beta$  olduğuna göre,



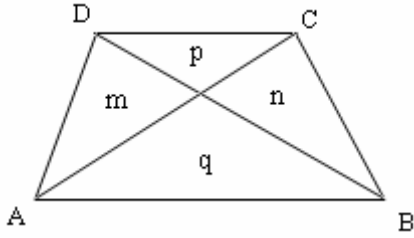
$$ADK \cong CBK \Rightarrow \frac{4}{|CK|} = \frac{|DK|}{3} \Rightarrow |KC| \cdot |KD| = 12 \text{ olur.}$$

## II. Yol



$$\begin{aligned} \text{alan}(DKC) = \text{alan}(AKB) &\Rightarrow \frac{|DK| \cdot |KC|}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} \\ &\Rightarrow |DK| \cdot |KC| = 12 \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

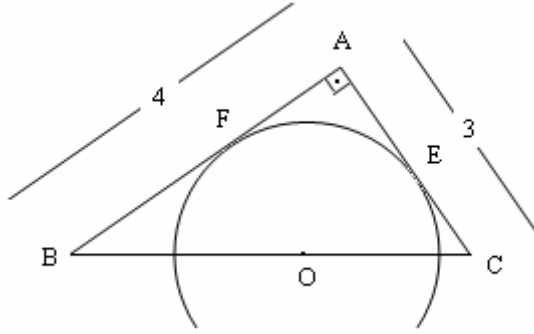
Not :



Şekildeki m , n , p , q buldukları üçgenlerin alanları olsun.

$$\begin{aligned} \text{Alan}(DAB) = \text{alan}(CAB) &\Rightarrow m + q = n + q \\ &\Rightarrow m = n \end{aligned}$$

28.



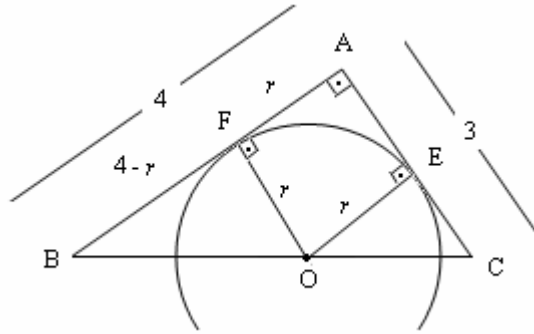
$O \in BC$   
 $|AB| = 4$  birim  
 $|BC| = 3$  birim

Şekilde, O merkezli çember ABC dik üçgeninin yan kenarlarına E ve F de teğettir.

Buna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A)  $\frac{12}{7}$    B)  $\frac{5}{4}$    C)  $\frac{5}{3}$    D)  $\frac{4}{3}$    E)  $\frac{3}{2}$

Çözüm 28



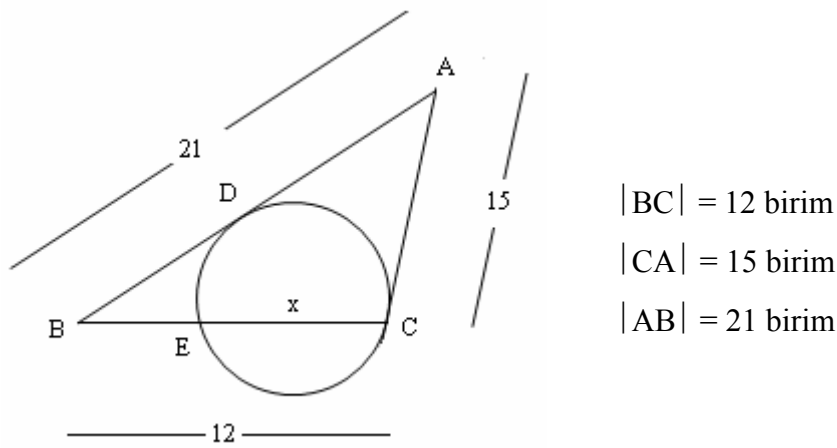
OE ve OF yarıçapları çizilirse, yarıçap teğete dik olduğuna göre,

OEAF bir kare olur.

Bu durumda,  $|OE| = |OF| = |AF| = |AE| = r \Rightarrow |BF| = 4 - r$

$BFO \cong BAC \Rightarrow \frac{4-r}{4} = \frac{r}{3} \Rightarrow r = \frac{12}{7}$  bulunur.

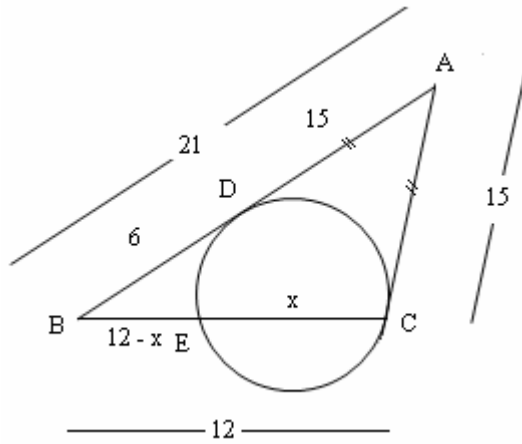
29.



Şekildeki çember, ABC üçgeninde [AC] ye C de, [AB] ye D de teğettir. Çemberin [BC] den ayırdığı kiriş  $|EC| = x$  olduğuna göre, x kaç birimdir?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Çözüm 29



Çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçaları eşit uzunlukta olduğuna göre,

$$|AC| = |AD| = 15 \Rightarrow |BD| = 21 - 15 = 6$$

$$|BE| = 12 - x$$

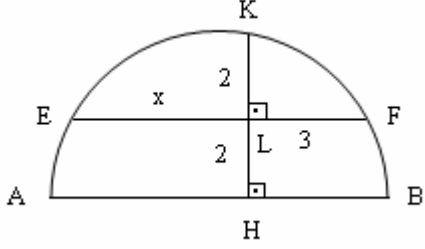
Çemberde kuvvet bağıntısından,

$$|BD|^2 = |BE| \cdot |BC| \Rightarrow 6^2 = (12 - x) \cdot 12$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ elde edilir.}$$



30.  $[AB]$  çaplı  $O$  merkezli yarım çember,  $E, F, K$  yarım çember üzerinde



$$H \in [AB]$$

$$[HK] \perp [EF]$$

$$[HK] \perp [AB]$$

$$|KL| = |LH| = 2 \text{ birim}$$

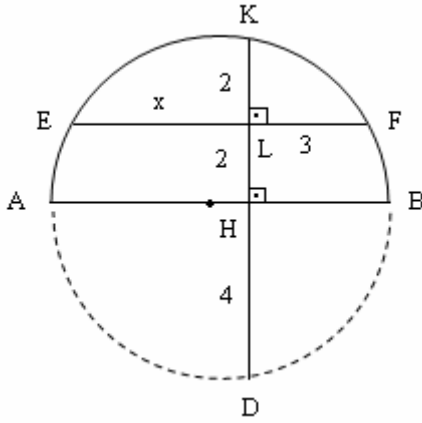
$$|LF| = 3 \text{ birim}$$

$$|EL| = x \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $|EL| = x$  kaç birimdir?

- A) 8    B) 6    C) 4    D)  $3\sqrt{2}$     E)  $2\sqrt{3}$

Çözüm 30



Çember tamamlanırsa,  $AB \perp KD$  olduğundan,

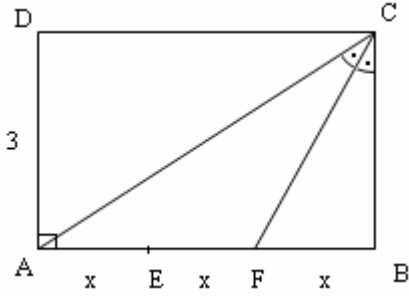
Merkezden kirişe indirilen dikme kirişi ortaladığından,  $|KH| = |HD| = 4$  olur.

Bu durumda  $L$  noktasının çembere göre kuvveti

$$|KL| \cdot |LD| = |LF| \cdot |LE| \Rightarrow 2 \cdot 6 = 3 \cdot x$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ elde edilir.}$$

31.



ABCD bir dikdörtgen

E ve F, [AB] üzerinde

$m(\angle ACF) = m(\angle FCB)$

$|AD| = 3$  birim

$|AE| = |EF| = |FB| = x$  birim

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

- A)  $\frac{5}{3}$    B)  $\frac{4}{3}$    C)  $\frac{3}{2}$    D)  $\sqrt{2}$    E)  $\sqrt{3}$

Çözüm 31

CAB üçgeninde iç açıortay teoremine göre,

$$\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{2x}{x} \Rightarrow \frac{|AC|}{3} = \frac{2}{1} \Rightarrow |AC| = 6$$

CAB üçgeninde pisagor teoremine göre,

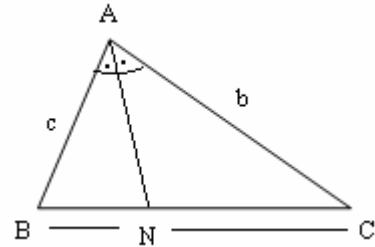
$$6^2 = 3^2 + (3x)^2 \Rightarrow 36 = 9 + 9x^2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

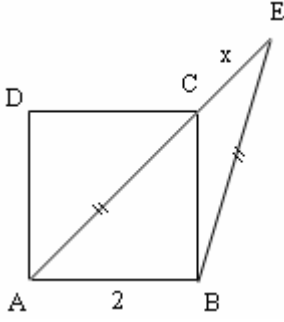
Not : Açıortay teoremi

Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.

$$\text{AN iç açıortay ise, } \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{c}{b}$$



32.

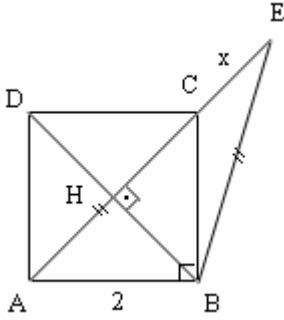


Kenar uzunluğu 2 birim olan ABCD karesinin  
AC köşegen doğrusu üzerinde E noktası alınmıştır.

$|AC| = |BE|$  olduğuna göre,  $|CE| = x$  kaç birimdir?

- A)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$     B)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$     C)  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$     D)  $\sqrt{2} - 1$     E)  $\sqrt{2} + 1$

Çözüm 32



Karenin BD köşegeni çizilirse,

Karenin köşegenleri birbirine dik olduğundan,  $BH \perp AC$  olur.

ABC dik üçgeninde pisagor teoremine göre,  $|AC|^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow |AC| = 2\sqrt{2}$

$$|AC| = |BE| = 2\sqrt{2}$$

$|BH| = \sqrt{2}$  olacağına göre,

BHE dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$(2\sqrt{2})^2 = (x + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 \Rightarrow x + \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{6} - \sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

33.  $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6}$  denklemini sağlayan dar açı ( $x$ ) aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15    B) 25    C) 30    D) 35    E) 45

Çözüm 33

$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x + \cos x}{\cos x \cdot \sin x} = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{6} \cdot (2 \cdot \sin x \cdot \cos x)$$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$  olduğuna göre,

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{6} \sin 2x$$

Eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = (\sqrt{6} \sin 2x)^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 6 \cdot \sin^2 2x$$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  olduğuna göre,

$$\Rightarrow 6 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$$

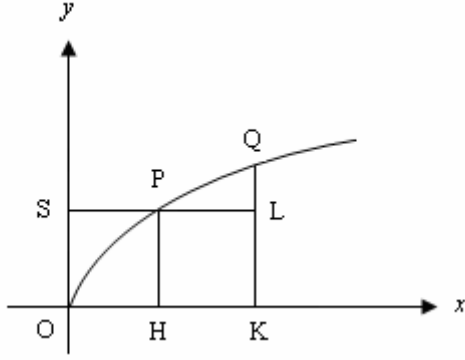
$$\Rightarrow (3 \sin 2x + 1) \cdot (2 \sin 2x - 1) = 0 \Rightarrow 2 \sin 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = 30$$

$$\Rightarrow x = 15$$

34.



Denklemi  $y = \sqrt{ax}$  ( $a > 0$ ) olan şekildeki parabol yayı üzerinde

P ve Q noktaları alınarak birbirine eş OHPS ve HKLP kareleri çizilmiştir.

Buna göre,  $|KQ|$  kaç birimdir?

- A)  $\frac{3a}{4}$     B)  $\frac{2a}{3}$     C)  $a$     D)  $a\sqrt{2}$     E)  $a\sqrt{3}$

Çözüm 34

OHPS kare olduğuna göre,  $|HP| = |PS|$  olacağından P nin apsisi ordinatına eşittir.

P noktası eğri üzerinde olduğundan apsisi  $x$  ise ordinatı  $y = \sqrt{ax}$  olur.

$$x = \sqrt{ax} \Rightarrow x^2 = ax \Rightarrow x = a \text{ bulunur.}$$

P nin apsisi  $x = a$  ise H noktasının apsisi  $a$  ve  $|OH| = |HK|$  olduğundan,

K noktasının apsisi  $2a$  olur.

Bu durumda Q noktasının apsisi  $2a$  olacaktır.

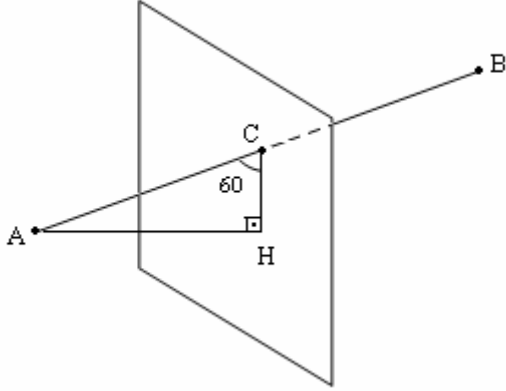
KQ uzunluğu eğrinin  $x = 2a$  için aldığı değere eşittir.

$$\text{O halde } y = \sqrt{2a \cdot a} \Rightarrow y = a\sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

35. Uzayda,  $|AB| = 40\sqrt{3}$  cm lik bir doğru parçası ile bu doğru parçasını  $60^\circ$  lik açıyla orta noktasından kesen bir düzlem veriliyor. Buna göre, A noktasının düzleme olan uzaklığı kaç cm dir?

- A) 32    B) 30    C) 28    D) 26    E) 24

Çözüm 35



Düzlem doğruyu  $60^\circ$  lik açıyla kestiğine göre,

A noktasının düzlem üzerindeki dik izdüşümü H olsun.

$$|AB| = 40\sqrt{3} \Rightarrow |AC| = |CB| = 20\sqrt{3}$$

$$\text{AHC dik üçgeninde, } \sin 60 = \frac{|AH|}{20\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|AH|}{20\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow |AH| = 30$$

36. Aşağıdakilerin hangilerinde varılan vektörler, buldukları uzayı germez?

- A) [2 , 3] ; [6 , 9]      B) [2 , - 3] ; [2, 3]      C) [3] ; [4]  
D) [1 , 2] ; [2 , 1]      E) [2 , - 3] ; [3 , 2]

Çözüm 36

Vektörlerin uzayı gemesi için paralel olmaması gerekir.

İki vektör paralel ise I.bileşenler ile II. bileşenlerin oranları eşit olacağından,

[2 , 3] ve [6 , 9] vektörleri paralel olduğundan buldukları uzayı germez.

37.  $\vec{u} = [a , 2]$  ve  $\vec{v} = [2 , a]$  vektörleri arasındaki açı  $60^\circ$  ise  $a$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 0      B)  $4 + 2\sqrt{3}$       C)  $2 + 2\sqrt{3}$       D)  $2 + \sqrt{13}$       E)  $4 + \sqrt{13}$

Çözüm 37

$\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri arasındaki açı  $\alpha$  ise  $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\left| \vec{u} \right| \left| \vec{v} \right|}$  olduğuna göre,

$$\cos 60 = \frac{a \cdot 2 + 2 \cdot a}{\sqrt{a^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + a^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4a}{a^2 + 4}$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 4 = 0$$

$$a^2 - 8a + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = 48$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{-(-8) \mp \sqrt{48}}{2 \cdot 1} \Rightarrow a_{1,2} = \frac{8 \mp 4\sqrt{3}}{2}$$

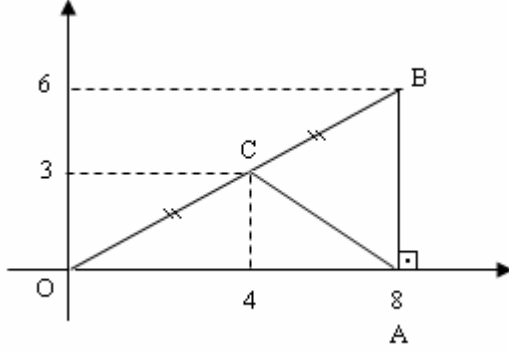
$$\Rightarrow a_{1,2} = 4 \mp 2\sqrt{3}$$

38. Köşeleri  $O(0, 0)$ ,  $A(8, 0)$  ve  $B(8, 6)$  olan üçgenin

A köşesine ait kenarortay doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x}{8} - \frac{y}{6} = 1$     B)  $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$     C)  $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$     D)  $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$     E)  $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$

Çözüm 38



$O(0, 0)$ ,  $A(8, 0)$  ve  $B(8, 6)$  ise

A köşesine ait kenarortay  $[OB]$  kenarının orta noktasından geçer.

$[OB]$  nin orta noktası  $C\left(\frac{8+0}{2}, \frac{6+0}{2}\right) = C(4, 3)$  olduğuna göre,

$A(8, 0)$  ve  $C(4, 3)$  ise

İki noktası bilinen doğru denklemine göre,

$$\frac{y-0}{0-3} = \frac{x-8}{8-4} \Rightarrow 4y + 3x = 24$$

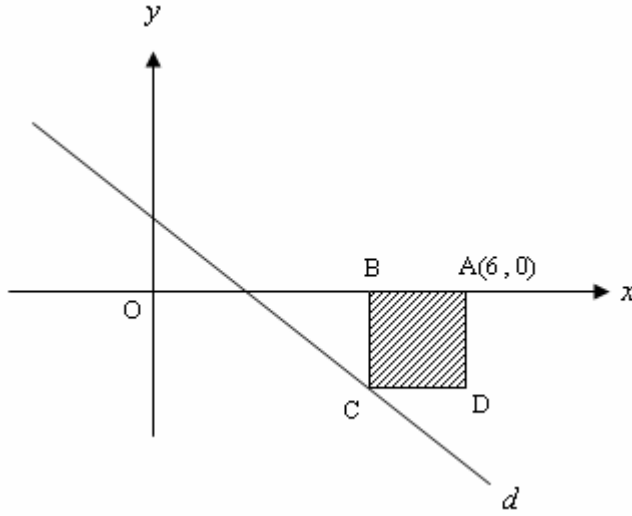
$$\Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1 \text{ denklemi elde edilir.}$$

Not : İki noktası bilinen doğru denklemi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow \frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$$



39.



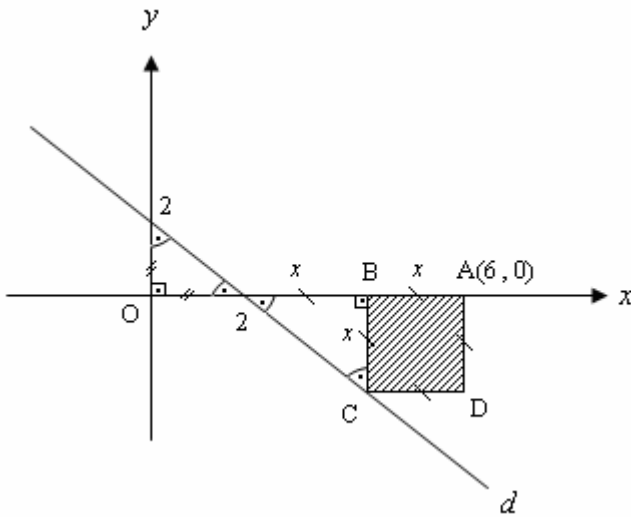
Denklemi  $y + x - 2 = 0$  olan  $d$  şeklindeki  $d$  doğrusu ABCD karesinin C noktasından geçmektedir.

A(6, 0) olduğuna göre, ABCD karesinin alanı kaç birim karedir?

- A) 5    B) 4    C) 3    D) 2    E) 1

Çözüm 39

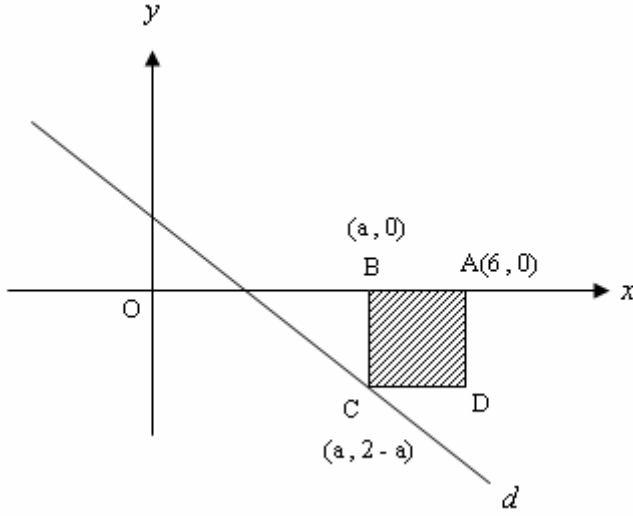
I. Yol



$$2 + x + x = 6 \Rightarrow x = 2$$

Alan(ABCD) =  $2^2 = 4$  elde edilir.

## II. Yol



$B(a, 0)$  olsun.

$C$  noktası doğru üzerinde olduğundan doğru denklemini sağlayacağından,

$$y + a - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 - a \Rightarrow C(a, 2 - a)$$

$$|BC| = |2 - a|$$

$$|AB| = |6 - a|$$

$$|6 - a| = |2 - a| \Rightarrow 6 - a = -2 + a \Rightarrow a = 4$$

$ABCD$  karesinin bir kenar uzunluğu :  $|AB| = |BC| = 2$

$\text{Alan}(ABCD) = 2^2 = 4$  elde edilir.

40.  $i^2 = -1$  olduğuna göre,  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$  sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-2i$    B)  $-i$    C)  $-1$    D)  $1$    E)  $2i$

Çözüm 40

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{1+i}{1-i} \cdot \left(\frac{1+i}{1+i}\right) = \frac{1+2i+i^2}{1^2-i^2}$$

$$i^2 = -1 \text{ olduğuna göre, } \frac{1+2i+(-1)}{1-(-1)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20} = (i)^{20} = (i^2)^{10} = (-1)^{10} = 1 \text{ elde edilir.}$$

41.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \cdot & \cdot \\ \cdot & b & \cdot \\ \cdot & \cdot & c \end{bmatrix}$  ise  $a + b + c$  toplamı kaçtır?

- A) 11    B) 10    C) 2    D) -1    E) -2

Çözüm 41

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \cdot & \cdot \\ \cdot & b & \cdot \\ \cdot & \cdot & c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1 + (-1).2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2.2 + 1.1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & (-1).4 + 2.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 5 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 6 \end{bmatrix}$$

$$a + b + c = -1 + 5 + 6$$

$$= 10$$

42.  $\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix}$  determinantının değeri kaçtır?

- A) 7253    B) 3502    C) 2751    D) 2150    E) 1

Çözüm 42

$$\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix} = 1376.1376 - 1375.1375$$

$$= 1376^2 - 1375^2$$

$$= (1376 + 1375).(1376 - 1375)$$

$$= 2751.1$$

$$= 2751$$

43. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla  $x - 2$  ,  $x + 1$  ,  $x + 5$  olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

A) - 11    B) - 10    C) 2    D) 10    E) 11

Çözüm 43

$$\frac{x+5}{x+1} = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow (x+1).(x+1) = (x+5).(x-2)$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x - 10$$

$$\Rightarrow x = 11$$

44. Bir torbada 2 beyaz, 4 siyah ve 6 mavi bilye vardır.

Aynı anda çekilen 2 bilyeden birinin beyaz öbürünün siyah olma olasılığı kaçtır?

A)  $\frac{1}{6}$     B)  $\frac{1}{11}$     C)  $\frac{2}{11}$     D)  $\frac{4}{33}$     E)  $\frac{5}{33}$

Çözüm 44

Toplam bilye sayısı :  $2 + 4 + 6 = 12$

12 bilye arasından 2 bilye çekeceğimizden,

$$C(12, 2) = \frac{12!}{(12-2)! \cdot 2!} = \frac{12!}{10! \cdot 2!} = \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 66 \text{ şekilde seçilebilir.}$$

2 beyaz toptan 1 beyaz bilye :  $C(2, 1) = 2$

4 siyah toptan 1 siyah bilye :  $C(4, 1) = 4$  farklı şekilde seçilebilir.

Buna göre, aynı anda çekilen 2 bilyeden birinin beyaz öbürünün siyah olma olasılığı :

$$\frac{C(2,1).C(4,1)}{C(12,2)} = \frac{2 \cdot 4}{66} = \frac{4}{33} \text{ olur.}$$

45.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$  değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{8}$    B)  $-\frac{1}{4}$    C) 0   D)  $\frac{1}{4}$    E)  $\frac{1}{8}$

Çözüm 45

$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) = \left( \frac{1}{2-2} - \frac{4}{2^2-4} \right) = \left( \frac{1}{0} - \frac{4}{0} \right) = \infty - \infty$  belirsizliği vardır.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} &= \frac{1}{x-2} - \frac{4}{(x-2).(x+2)} \\ &= \frac{1}{x-2} - \frac{4}{(x-2).(x+2)} \\ &= \frac{x+2-4}{(x-2).(x+2)} \\ &= \frac{x-2}{(x-2).(x+2)} \\ &= \frac{1}{x+2} \end{aligned}$$

$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x+2} \right) = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$  elde edilir.

46.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^4 - 16} \right)$  değeri kaçtır?

- A) 1    B)  $\frac{1}{2}$     C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{1}{6}$     E)  $\frac{1}{8}$

Çözüm 46

I. Yol

$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^4 - 16} \right) = \frac{\sin(2^2 - 4)}{2^4 - 16} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$  belirsizliği vardır.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^4 - 16} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sin(x^2 - 4)}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 4)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^2 - 4} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x^2 + 4} \right) \\ &= 1 \cdot \left( \frac{1}{2^2 + 4} \right) \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

II. Yol

$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^4 - 16} \right) = \frac{\sin(2^2 - 4)}{2^4 - 16} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$  belirsizliği vardır.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sin(x^2 - 4))'}{(x^4 - 16)'} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x \cdot \cos(x^2 - 4)}{4x^3} \\ &= \frac{2 \cdot 2 \cdot \cos(2^2 - 4)}{4 \cdot 2^3} = \frac{4 \cdot \cos 0}{32} = \frac{4 \cdot 1}{32} = \frac{1}{8} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Not : L' Hospital Kuralı

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$  limitinde  $\frac{0}{0}$  veya  $\frac{\infty}{\infty}$  belirsizliği varsa ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  olur.

47.  $\frac{d}{dx}(\ln(\cos x))$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\tan x$     B)  $-\sec x$     C)  $-\cot x$     D)  $-\frac{1}{\sin x}$     E)  $\frac{1}{\cos x}$

Çözüm 47

$\frac{d f(x)}{dx} = \frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x)$  olduğuna göre,

$$\frac{d}{dx}(\ln(\cos x)) = (\ln(\cos x))' = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x \text{ elde edilir.}$$

48.  $\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $18 \sin 6x$     B)  $18 \cos 6x$     C)  $6(\sin 3x + \cos 3x)$   
D)  $6(\sin 3x - \cos 3x)$     E)  $6 \cos^2 3x$

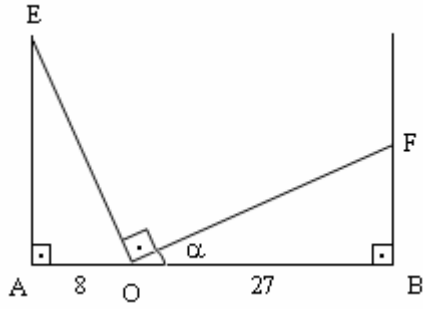
Çözüm 48

$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx}(y') = \frac{dy'}{dx} = y''$  olduğuna göre,

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x) &= (\sin^2 3x)'' = (2 \cdot 3 \cdot \sin 3x \cdot \cos 3x)' \\ &= (3 \cdot \sin 6x)' \\ &= 3 \cdot 6 \cdot \cos 6x \\ &= 18 \cos 6x \end{aligned}$$



49.



$$O \in [AB]$$

$$AE \perp AB$$

$$BF \perp AB$$

$$OE \perp OF$$

$$|AO| = 8 \text{ birim}$$

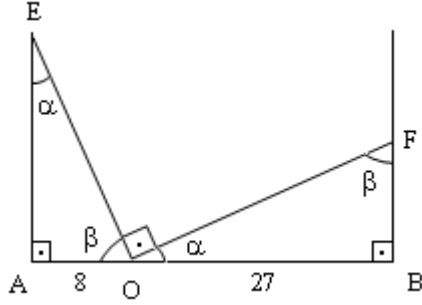
$$|OB| = 27 \text{ birim}$$

$$m(\text{FOB}) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre,  $\tan \alpha$  nın hangi değeri için  $|OE| + |OF|$  toplamı en küçüktür?

- A)  $\sqrt{3}$     B)  $\sqrt{2}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{3}{4}$     E) 1

Çözüm 49



$$m(\text{FOB}) = \alpha$$

$$m(\text{BFO}) = \beta \text{ olsun.}$$

$$\alpha + \beta = 90 \text{ olduğuna göre, } m(\text{AOE}) = \beta \text{ ise } m(\text{AEO}) = \alpha \text{ olur.}$$

$$\text{EAO dik üçgeninde, } \sin \alpha = \frac{8}{|OE|} \Rightarrow |OE| = \frac{8}{\sin \alpha}$$

$$\text{FBO dik üçgeninde, } \cos \alpha = \frac{27}{|OF|} \Rightarrow |OF| = \frac{27}{\cos \alpha}$$

$$|OE| + |OF| = \frac{8}{\sin \alpha} + \frac{27}{\cos \alpha} = f(\alpha) \Rightarrow \alpha \text{ değişkenine bağlı bir fonksiyon elde edilir.}$$

$|OE| + |OF|$  nin en küçük değerini  $f'(\alpha) = 0$  denkleminin kökü için alır.

$$f'(\alpha) = \left( \frac{8}{\sin \alpha} + \frac{27}{\cos \alpha} \right)' = 0 \Rightarrow f'(\alpha) = \frac{-8 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{27 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$$\Rightarrow f'(\alpha) = \frac{-8 \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{27 \sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = 0$$

$$\Rightarrow f'(\alpha) = \frac{-8 \cos^3 \alpha + 27 \sin^3 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = 0$$

$$-8 \cos^3 \alpha + 27 \sin^3 \alpha = 0$$

$$27 \sin^3 \alpha = 8 \cos^3 \alpha \Rightarrow \frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{8}{27}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^3 = \left( \frac{2}{3} \right)^3 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{3}$$

50.  $\frac{d}{dx} \left( \int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^3 + x^2$     B)  $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$     C)  $\frac{67}{3}$     D) 79    E) 0

Çözüm 50

I. Yol

$\int_2^5 (x^3 + x^2) dx$  belirli integral değeri bir sayıdır.

$\frac{d}{dx} \left( \int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right)$  ile belirli integral değerinin (sayının)  $x$  e göre türevini

ifade ettiğine göre, değeri 0 (sıfır) olur.

II. Yol

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left( \int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right) &= \frac{d}{dx} \left( \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^5 \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left( \left( \frac{5^4}{4} + \frac{5^3}{3} \right) - \left( \frac{2^4}{4} + \frac{2^3}{3} \right) \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left( \left( \frac{625}{4} + \frac{125}{3} \right) - \left( \frac{16}{4} + \frac{8}{3} \right) \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left( \frac{1875 + 500}{12} - \frac{48 + 32}{12} \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left( \frac{2375 - 80}{12} \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left( \frac{2295}{12} \right) \end{aligned}$$

Sabit sayının türevi sıfır ( 0 ) olduğuna göre,

$$= 0$$

51.  $\int -\cos(\cos^2 x)\sin 2x \, dx$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\sin(\cos x) + c$     B)  $\cos(\sin x) + c$     C)  $\cos(\sin^2 x) + c$

D)  $\sin(\cos^2 x) + c$     E)  $\sin(\cos^2 x) + \cos(\sin^2 x) + c$

Çözüm 51

Değişken değiştirme yöntemine göre,

$$\cos^2 x = u \quad \Rightarrow \quad -2 \cdot \cos x \cdot \sin x \, dx = du$$

$$\Rightarrow \quad -\sin 2x \, dx = du$$

$$\Rightarrow \quad dx = \frac{du}{-\sin 2x}$$

$$\int -\cos(\cos^2 x)\sin 2x \, dx = \int -\cos u \cdot \sin 2x \frac{du}{-\sin 2x}$$

$$= \int \cos u \, du$$

$$= \sin u + c$$

$\cos^2 x = u$  olduğuna göre,

$$= \sin(\cos^2 x) + c$$

52.  $\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) dx$  integralinde  $e^x = t$  dönüşümü yapılırsa,

aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A)  $\int_1^3 (t^3 - t) t dt$     B)  $\int_1^3 (t^2 - 1) dt$     C)  $\int_1^3 (e^{3t} - e^t) \cdot e^t dt$

D)  $\int_0^1 (t^3 - t) dt$     E)  $\int_0^3 (\ln 3t - \ln t) dt$

Çözüm 52

$\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) dx$  integralinde  $e^x = t$  dönüşümü yapılırsa,

$$e^x = t \Rightarrow e^x dx = dt$$

$$\Rightarrow dx = \frac{dt}{e^x}$$

$$\Rightarrow dx = \frac{dt}{t}$$

İntegralin üst sınırı :  $x = \ln 3 \Rightarrow e^{\ln 3} = t \Rightarrow t = 3$

İntegralin alt sınırı :  $x = 0 \Rightarrow e^0 = t \Rightarrow t = 1$

$$\begin{aligned} \int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) dx &= \int_1^3 (t^3 - t) \frac{dt}{t} \\ &= \int_1^3 t(t^2 - 1) \frac{dt}{t} = \int_1^3 (t^2 - 1) dt \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Adnan ÇAPRAZ

[adnancapraz@yahoo.com](mailto:adnancapraz@yahoo.com)

AMASYA