

**Öğrenci Yerleştirme Sınavı (Öys) / 20 Haziran 1993**

**Matematik Soruları Ve Çözümleri**

1. Rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı en büyük tek sayı aşağıdakilerden hangisine kalansız bölünebilir?

A) 3    B) 5    C) 6    D) 8    E) 9

Çözüm 1

Rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı en büyük tek sayı = 987

987 sayısının rakamları toplamı 3 ün katı olduğuna göre,

$$9 + 8 + 7 = 24 = 3 \cdot 8$$

Buna göre, 987 sayısı 3 ile kalansız bölünebilir.

2. İki basamaklı, birbirinden farklı 4 pozitif tamsayının toplamı 319 dur.

Bu sayıların en küçüğü en az kaç olabilir?

A) 17    B) 19    C) 25    D) 30    E) 35

Çözüm 2

Bu sayıların en küçüğünün en az olması için :

diğer 3 pozitif tam sayı birbirinden farklı, iki basamaklı en büyük sayılar seçilmelidir.

Buna göre sayılar : 99 , 98 , 97 seçilir.

$$99 + 98 + 97 + X = 319$$

X = 25 elde edilir.

3. Bir  $K$  sayısı  $x$ 'e bölündüğünde bölüm 3, kalan  $x - 2$  dir.

Buna göre,  $x$  in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{K+2}{4}$     B)  $\frac{K+2}{3}$     C)  $\frac{K-2}{3}$     D)  $3K+2$     E)  $3K-6$

Çözüm 3

$$K = x \cdot 3 + (x - 2) \Rightarrow K = 3x + x - 2$$

$$\Rightarrow K = 4x - 2 \Rightarrow x = \frac{K+2}{4}$$

Not :

Bölünen	Bölen
_____	Bölüm
Kalan	

$$\text{Bölünen} = \text{Bölen} \times \text{Bölüm} + \text{Kalan}$$

4. Ardışık iki pozitif tek sayının kareleri farkı 120 dir.

Bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

A) 19    B) 21    C) 27    D) 29    E) 31

Çözüm 4

Ardışık iki pozitif tek sayılar  $x$  ve  $(x + 2)$  olsun.

$$(x + 2)^2 - x^2 = 120 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 = 120$$

$$\Rightarrow 4x = 116$$

$$\Rightarrow x = 29$$

5.  $\frac{a-b}{b} = \frac{3}{2}$ ,  $1 - \frac{b}{a} = c$  olduğuna göre,  $c$  kaçtır?

- A)  $\frac{1}{5}$    B)  $\frac{2}{5}$    C)  $\frac{3}{5}$    D)  $\frac{4}{5}$    E) 1

Çözüm 5

$$\frac{a-b}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a - 2b = 3b \Rightarrow 2a = 5b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{5}$$

$$1 - \frac{b}{a} = c \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{5} \text{ olduğuna göre,}$$

$$1 - \frac{2}{5} = c \Rightarrow c = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

6.  $\frac{3^2 + (-2)^3}{(-1)^4 + 2^2}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{5}$    B) -1   C)  $\frac{17}{5}$    D)  $\frac{1}{5}$    E) 1

Çözüm 6

$$\frac{3^2 + (-2)^3}{(-1)^4 + 2^2} = \frac{9 - 8}{1 + 4} = \frac{1}{5}$$

7.  $\frac{3}{a} = \frac{2}{b}$ ,  $2a + b = 24$  olduğuna göre,  $b$  kaçtır?

- A) 14   B) 12   C) 10   D) 8   E) 6

Çözüm 7

$$\frac{3}{a} = \frac{2}{b} \Rightarrow 2a = 3b$$

$$2a + b = 24 \Rightarrow 3b + b = 24 \Rightarrow 4b = 24$$

$$\Rightarrow b = 6$$

8. Bir manavdaki sebzeler, çürüyerek  $\frac{2}{5}$  fire vermiştir.

Bunun sonucunda maliyet ne kadar artmıştır?

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $\frac{4}{5}$

Çözüm 8

I. Yol

Manavdaki sebze miktarı = 10 kg

Maliyet miktarı = 30 lira olsun.

Sebzenin 1 kilosu =  $\frac{30}{10} = 3$  lira olur.

Sebzeler çürüyerek  $\frac{2}{5}$  fire verdiği göre, verilen fire miktarı =  $\frac{2}{5} \cdot 10 = 4$  kg

Kalan sebze miktarı =  $10 - 4 = 6$  kg olur.

Maliyet miktarı = 30 lira olduğuna göre,

Sebzenin 1 kilosu =  $\frac{30}{6} = 5$  lira

Maliyet miktarı =  $5 \cdot 10 = 50$  lira

Maliyet miktarındaki değişim =  $50 - 30 = 20$  lira artmıştır.

Maliyet miktarı başlangıçta 30 lira iken 20 lira arttığına göre,

Maliyet : M ise            x

---

$$x = \frac{20 \cdot M}{30} = \frac{2M}{3} \text{ elde edilir.}$$

## II. Yol

Manavdaki sebze miktarı =  $s$  kg

Maliyet miktarı =  $m$  lira olsun.

Sebzenin 1 kilosu =  $\frac{m}{s}$  lira olur.

Sebzeler çürüyerek  $\frac{2}{5}$  fire verdiği göre, verilen fire miktarı =  $\frac{2s}{5}$  kg

Kalan sebze miktarı =  $s - \frac{2s}{5} = \frac{3s}{5}$  kg olur.

Maliyet miktarı =  $m$  lira olduğuna göre,

Sebzenin 1 kilosu =  $\frac{5m}{3s}$  lira

Maliyet miktarı =  $\frac{5m}{3s} \cdot s = \frac{5m}{3}$  lira

Maliyet miktarındaki değişim =  $\frac{5m}{3} - m = \frac{2m}{3}$  lira artmıştır.

Buna göre, maliyet miktarı başlangıçtaki maliyet miktarının  $\frac{2}{3}$  ü kadar artmıştır.

9. Haftalık harçlığının % 10 nunu biriktiren bir öğrencinin 6 hafta sonunda 90 000 TL si olmuştur.

Bu öğrencinin haftalık harçlığı kaç TL dir?

- A) 80 000    B) 90 000    C) 100 000    D) 120 000    E) 150 000

Çözüm 9

Bu öğrencinin haftalık harçlığı = x TL olsun.

Haftalık harçlığının % 10 nunu biriktirdiğine göre,

$$1 \text{ haftada biriken miktar} = x.\% 10 = \frac{x}{10}$$

$$6 \text{ haftada biriken miktar} = \frac{6x}{10} = 90\ 000 \Rightarrow 6x = 900\ 000$$

$$\Rightarrow x = 150\ 000$$

10. A, B herhangi iki küme ve  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$  kümelerinin alt küme sayıları sırasıyla 512, 32 ve 4 olduğuna göre,  $A \cap B$  kümesinin eleman sayısı kaçtır?

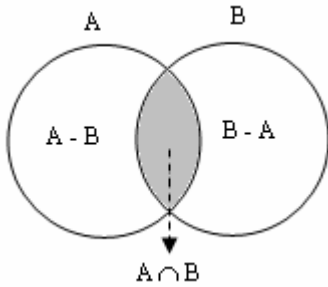
- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

Çözüm 10

$$A \cup B \text{ kümesinin alt küme sayısı} = 512 = 2^9 \Rightarrow s(A \cup B) = 9$$

$$A - B \text{ kümesinin alt küme sayısı} = 32 = 2^5 \Rightarrow s(A - B) = 5$$

$$B - A \text{ kümesinin alt küme sayısı} = 4 = 2^2 \Rightarrow s(B - A) = 2$$



$$\Rightarrow s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$$

$$9 = 5 + 2 + s(A \cap B)$$

$$s(A \cap B) = 2 \text{ bulunur.}$$

Not : Alt Küme Sayısı

$n$  elemanlı bir A kümesinin alt kümelerinin sayısı  $2^n$  dir.

Özalt kümelerinin sayısı  $2^n - 1$  dir.

11.  $(1993)^x \equiv 2 \pmod{5}$  olduğuna göre,  $x$  in en küçük değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 7 E) 10

Çözüm 11

$$(1993)^x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$1993 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow 3^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow 3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow 3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

Buna göre,  $x = 3$  elde edilir.

12.  $\left(\frac{x+5}{5-x}\right) : \left(1 + \frac{10}{x-5}\right)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm 12

$$\left(\frac{x+5}{5-x}\right) : \left(1 + \frac{10}{x-5}\right) = \left(\frac{x+5}{5-x}\right) : \left(\frac{x+5}{x-5}\right)$$

$$= \left(\frac{x+5}{-(x-5)}\right) \cdot \left(\frac{x-5}{x+5}\right)$$

$$= \frac{1}{-1}$$

$$= -1$$

13.  $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$  olduğuna göre,  $(a - \frac{1}{a})^2$  nin değeri kaçtır?

A) 4    B) 6    C) 8    D) 10    E) 12

Çözüm 13

$$(a - \frac{1}{a})^2 = a^2 - 2.a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$$

$a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$  eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$(a + \frac{1}{a})^2 = (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow a^2 + 2.a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 12$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 10$$

$$(a - \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 10 - 2 = 8 \text{ elde edilir.}$$

14. Pozitif iki sayının farkı 5, çarpımları 24 ise küpleri farkı kaçtır?

A) 485    B) 460    C) 420    D) 385    E) 360

Çözüm 14

Pozitif iki sayı a ve b olsun.

$$a - b = 5$$

$$a.b = 24$$

$$a^3 - b^3 = ?$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \text{ olduğuna göre, } a^3 - b^3 = 5^3 + 3.24.5$$

$$a^3 - b^3 = 485 \text{ bulunur.}$$



15.  $P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27$  polinomu  $Q(x)$  polinomu bölündüğünde, bölüm  $x + 5$  olduğuna göre kalan kaçtır?

A) -2    B) -1    C) 2    D) 3    E) 4

Çözüm 15

$$P(x) = Q(x) \times (x + 5) + \text{Kalan}$$

$$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \text{ için : } P(-5) = Q(-5) \times (-5 + 5) + \text{Kalan}$$

$$P(-5) = 0 + \text{Kalan}$$

$$P(-5) = \text{Kalan}$$

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27 \Rightarrow P(-5) = (-5)^3 + 5 \cdot (-5)^2 + 5 \cdot (-5) + 27$$

$$\Rightarrow P(-5) = 2 = \text{Kalan}$$

16.  $[-1, 3]$  kapalı aralığında tanımlı,  $f(x) = 4 - x^2$  fonksiyonunun en küçük değeri kaçtır?

A) -6    B) -5    C) -4    D) 2    E) 3

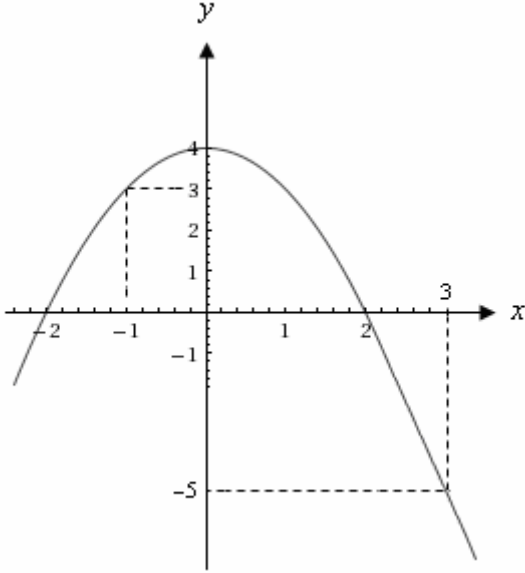
Çözüm 16

$[-1, 3]$  kapalı aralığında tanımlı,

$$f(x) = 4 - x^2 \Rightarrow x = -1 \text{ için : } f(-1) = 4 - (-1)^2 \Rightarrow f(-1) = 3$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ için : } f(3) = 4 - 3^2 \Rightarrow f(3) = -5$$

$f(x) = 4 - x^2$  grafiğini çizersek,



$x \in [-1, 3]$  için  $f(x)$  in en küçük değerinin  $-5$  olduğu görülür.

17.  $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$  denkleminin kökleri, sıfırdan farklı olan  $x_1$  ve  $x_2$  sayılarıdır.

Buna göre, büyük kök kaçtır?

A) -3    B) -2    C) -1    D) 1    E) 2

Çözüm 17

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{(x_1 + 4)}{1} \Rightarrow 2x_1 = -x_2 - 4$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{-3x_2}{1} \Rightarrow x_1 = -3$$

$$x_1 = -3 \text{ olduğuna göre, } 2 \cdot (-3) = -x_2 - 4 \Rightarrow x_2 = 2$$

Buna göre, büyük kök :  $x_2 = 2$  olur.

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

18.  $\frac{-(x+4)(x+5)^2}{x} > 0$  eşitliğini sağlayan negatif tam sayılardan en küçüğü kaçtır?

A) -6    B) -5    C) -3    D) -2    E) -1

Çözüm 18

$$\frac{-(x+4)(x+5)^2}{x} > 0 \Rightarrow \frac{(x+4)(x+5)^2}{x} < 0$$

$$x+4=0 \Rightarrow x=-4$$

$$(x+5)^2=0 \Rightarrow x=-5$$

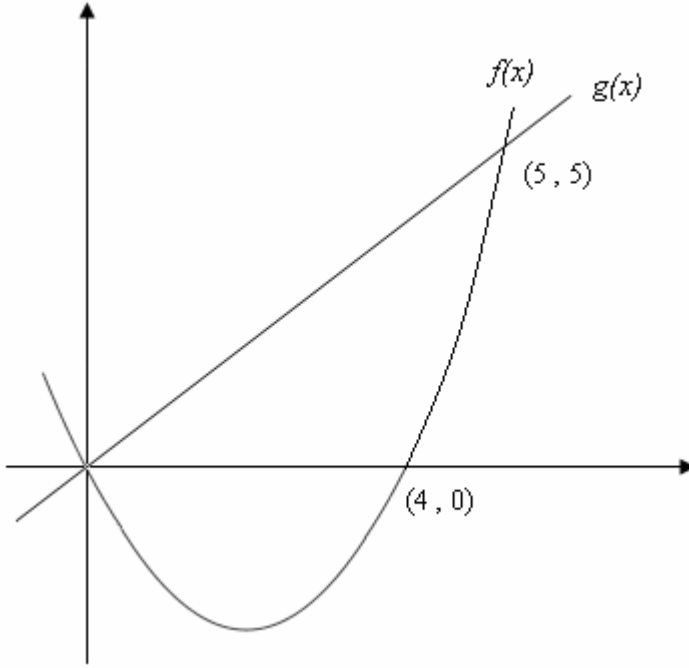
$$x=0$$

	-5	-4	0	
$x+4$	---	-- 0	+++	+++
$(x+5)^2$	+++	0 ++	+++	+++
$(x+4)(x+5)^2$	---	--	+++	+++
$x$	---	--	---	0 +++
$\frac{(x+4)(x+5)^2}{x}$	+++	++	---	+++

$$\frac{(x+4)(x+5)^2}{x} < 0 \Rightarrow \text{Çözüm kümesi} = (-4, 0)$$

$\frac{(x+4)(x+5)^2}{x} < 0$  eşitliğini sağlayan negatif tam sayılardan en küçüğü = -3 olur.

19.



Şekilde, eksenini  $y$  – eksenine paralel olan,

$f(x)$  parabolü ile  $g(x)$  doğrusunun ortak noktaları  $(5, 5)$  ve  $(0, 0)$  dır.

Buna göre,  $\frac{(f \circ g)(8)}{(f \circ f)(2)}$  değeri kaçtır?

- A) 1    B) 2    C)  $\frac{4}{3}$     D)  $\frac{5}{3}$     E)  $\frac{3}{4}$

## Çözüm 19

$g(x)$  doğrusunun denklemi :

$g(x)$  doğrusunun üzerindeki noktalar  $(5, 5)$  ve  $(0, 0)$  olduğuna göre,

İki noktası bilinen doğru denklemine göre,

$$\frac{y-5}{5-0} = \frac{x-5}{5-0} \Rightarrow y = x \Rightarrow g(x) = x$$

$f(x)$  eğrisinin denklemi :

$f(x)$  eğrisinin  $x$  eksenini kestiği noktalar  $(0, 0)$  ve  $(4, 0)$  olduğuna göre,

$$f(x) = a.(x-4)(x-0) \Rightarrow f(x) = a.(x-4).x$$

$(5, 5)$  noktası  $f(x)$  eğrisinin üzerinde olduğundan,

$$5 = a.(5-4).5 \Rightarrow a = 1$$

Buna göre,  $f(x) = x.(x-4)$  olur.

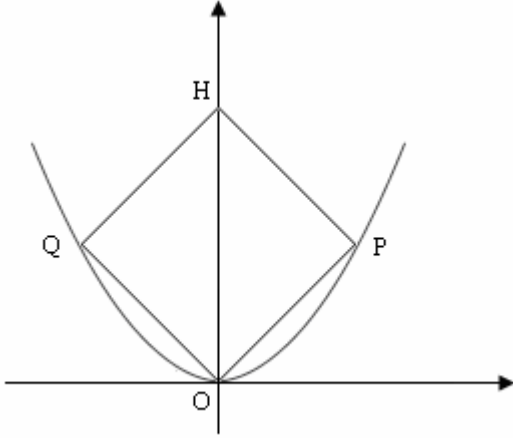
$$\frac{(f \circ g)(8)}{(f \circ f)(2)} = \frac{f(g(8))}{f(f(2))}$$

$$g(x) = x \Rightarrow g(8) = 8$$

$$f(x) = x.(x-4) \Rightarrow f(2) = 2.(2-4) \Rightarrow f(2) = -4$$

$$= \frac{f(8)}{f(-4)} = \frac{8.(8-4)}{(-4).(-4-4)} = \frac{32}{32} = 1 \text{ elde edilir.}$$

20.

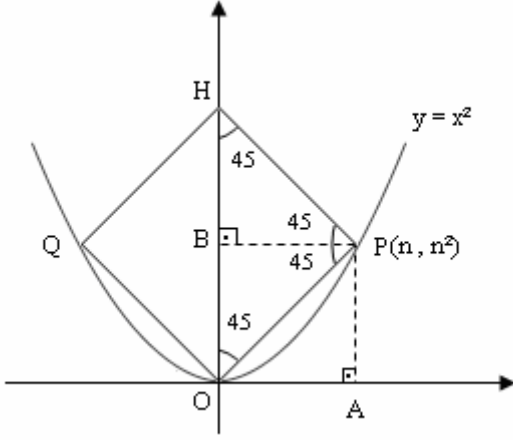


Şekildeki parabolün denklemi  $y = x^2$  dir.

Bir köşesi  $O(0, 0)$  de, P ve Q köşeleri de parabolün üzerinde olan OPHQ karesinin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\sqrt{5}$    B)  $\sqrt{3}$    C)  $\sqrt{2}$    D) 3   E) 2

## Çözüm 20



OPHQ karesinin bir kenar uzunluğu için :

P noktasının x – eksenini kestiği nokta n olsun.

$$y - \text{eksenini kestiği nokta} : y = x^2 \Rightarrow y = n^2 \text{ olur.}$$

$P(n, n^2)$

OH uzunluğu karenin köşegeni olduğundan,  $m(\text{HOP}) = m(\text{PHO}) = 45$

OAP ikizkenar dik üçgen olacağına göre,

$$|OA| = |AP| \Rightarrow n = n^2 \Rightarrow n = 1$$

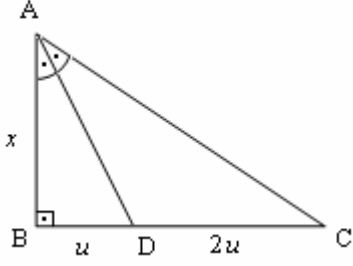
$$\text{Pisagor bağıntısına göre, } |OP|^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow |OP| = \sqrt{2}$$

$$\text{OPHQ karesinin bir kenar uzunluğu} = |PH| = |HQ| = |QO| = |OP| = \sqrt{2}$$

$$\text{alan(OPHQ)} = (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ elde edilir.}$$



21.



ABC bir dik üçgen

$D \in [BC]$

AD açıortay

$|BD| = u$  birim

$|DC| = 2u$  birim

$|AB| = x$  birim

Yukarıdaki verilere göre,  $|AB| = x$  in  $u$  türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $u\sqrt{2}$    B)  $u\sqrt{3}$    C)  $2u$    D)  $3u$    E)  $4u$

Çözüm 21

ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$|AC|^2 = x^2 + (3u)^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{x^2 + 9u^2}$$

Açıortay teoremine göre,

$$\frac{u}{2u} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9u^2}} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + 9u^2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 = x^2 + 9u^2$$

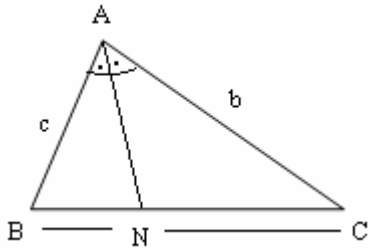
$$\Rightarrow 3x^2 = 9u^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 3u^2$$

$$\Rightarrow x = u\sqrt{3}$$

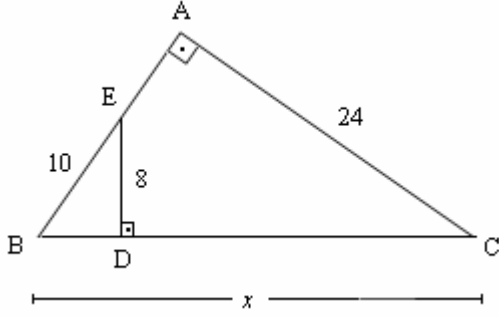
Not : Açıortay Teoremi

Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.



$$\text{AN iç açıortay ise, } \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{c}{b}$$

22.



BAC bir dik üçgen

$E \in [BC]$

$[ED] \perp [BC]$

$|AC| = 24 \text{ cm}$

$|BE| = 10 \text{ cm}$

$|ED| = 8 \text{ cm}$

$|BC| = x \text{ cm}$

Yukarıdaki verilere göre,  $|BC| = x$  kaç cm dir?

A) 26    B) 28    C) 30    D) 32    E) 36

Çözüm 22

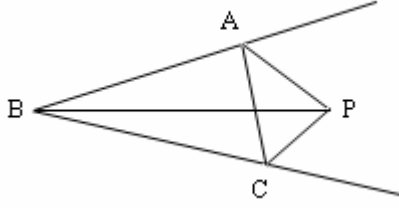
EDB dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$10^2 = |BD|^2 + 8^2 \Rightarrow |BD| = 6$$

$$BDE \cong BAC \Rightarrow \frac{6}{|BA|} = \frac{10}{x} = \frac{8}{24}$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ elde edilir.}$$

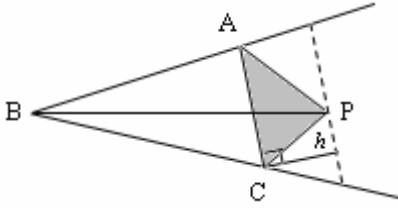
23.



Şekildeki ABC üçgeninin dışında ve B açısının içinde bir P noktası alınmıştır.  $A(PAB) + A(PBC)$  sabit olduğuna göre, P nin geometrik yeri nedir?

- A) Işın
- B) Doğru Parçası
- C) Çember Yayı
- D) Parabol Yayı
- E) Hiperbol Yayı

Çözüm 23



Alan(BAC) sabittir.

$A(PAB) + A(PBC)$  sabit olduğuna göre, PAC alanının sabit olması gereklidir.

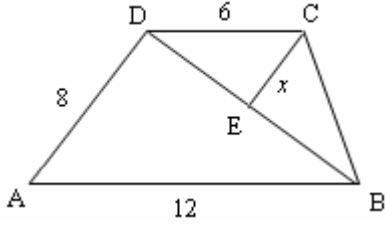
Alan(PAC) nin sabitliği için :

PAC üçgeninin tabanı ( $|AC|$ ) sabit olduğuna göre,

P den AC ye inen yükseklikte sabit olmalıdır.

Buna göre, P nin geometrik yeri açisal bölge içinde AC ye paralel olan doğru parçasıdır.

24.



ABCD bir yamuk

$E \in [BD]$

$|AB| = 12$  birim

$|AD| = 8$  birim

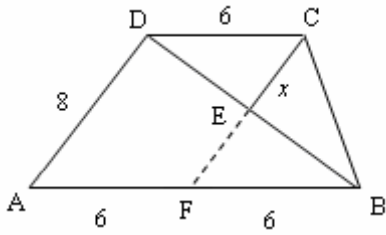
$|DC| = 6$  birim

$|EC| = x$  birim

Yukarıdaki şekilde  $[CE] \parallel [DA]$  olduğuna göre,  $|EC| = x$  kaç birimdir?

A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

Çözüm 24



$[CE] \parallel [DA]$  olduğuna göre,  $CF \parallel DA$

$|DC| = |AF| = 6 \Rightarrow |FB| = 6$

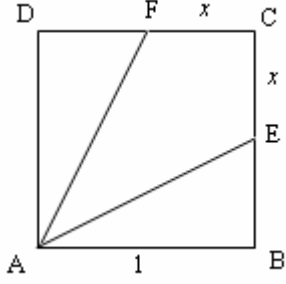
$\triangle BEF \cong \triangle BDA \Rightarrow \frac{|EF|}{8} = \frac{6}{12} \Rightarrow |EF| = 4$

$|DA| = |CF| = 8$

$|CF| = |CE| + |EF| \Rightarrow 8 = x + 4$

$\Rightarrow x = 4$

25.



ABCD bir kare

$E \in [BC]$

$F \in [DC]$

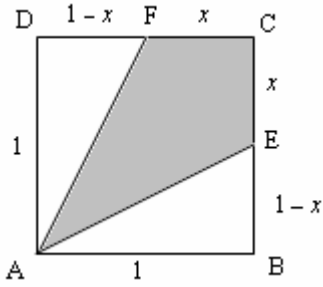
$|AB| = 1$  birim

$|FC| = |CE| = x$  birim

Yukarıdaki şekilde,  $A(AECF) = \frac{A(ABCD)}{2}$  olduğuna göre,  $|FC| = |CE| = x$  kaç birimdir?

- A)  $\frac{3}{4}$    B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$    C)  $\frac{2}{3}$    D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$    E)  $\frac{1}{2}$

Çözüm 25



$$A(ABCD) = A(AECF) + A(ADF) + A(ABE)$$

$$A(AECF) = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ olduğuna göre,}$$

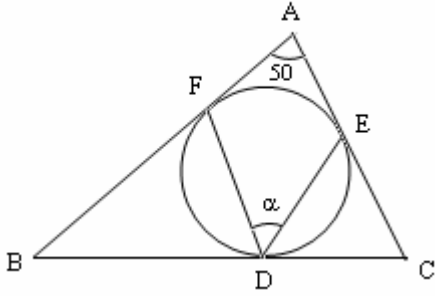
$$A(ABCD) = \frac{A(ABCD)}{2} + A(ADF) + A(ABE)$$

$$\frac{A(ABCD)}{2} = A(ADF) + A(ABE) \Rightarrow \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1 \cdot (1-x)}{2} + \frac{1 \cdot (1-x)}{2}$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

26.



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAC}) = 50^\circ$$

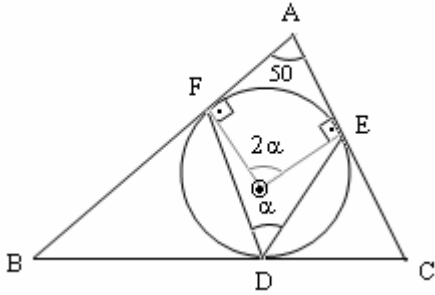
$$m(\widehat{FDE}) = \alpha$$

Şekilde ABC üçgeninin iç teğet çemberi, [AB] ye F de, [BC] ye D de, [AC] ye E de teğettir.

Buna göre,  $m(\widehat{FDE}) = \alpha$  kaç derecedir?

- A) 70    B) 65    C) 60    D) 55    E) 50

Çözüm 26



Çemberin merkezi O noktası olsun.

Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşit olduğundan,

$$m(\widehat{FDE}) = \alpha \Rightarrow \text{FE yayı} = 2\alpha$$

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğundan,

$$\text{FE yayı} = 2\alpha \Rightarrow m(\widehat{FOE}) = 2\alpha$$

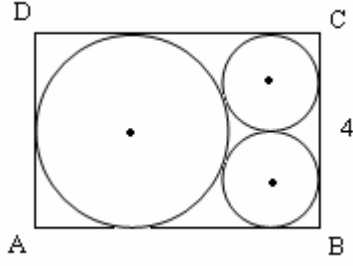
Buna göre,  $m(\widehat{FDE}) = \alpha \Rightarrow m(\widehat{FOE}) = 2\alpha$  olur.

Yarıçap teğete değme noktasında dik olduğundan,  $OF \perp AB$  ve  $OE \perp AC$  olur.

OEAF dörtgeninin iç açılar toplamı  $360^\circ$  olduğuna göre,

$$2\alpha + 90 + 90 + 50 = 360 \Rightarrow \alpha = 65$$

27.



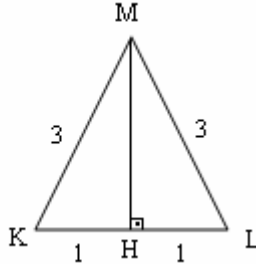
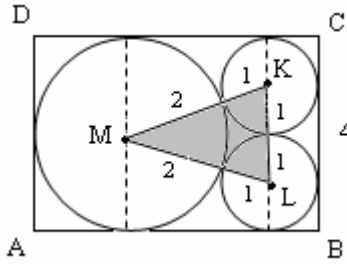
[BC] uzunluğu 4 cm olan ABCD dikdörtgeninin içine, şekildeki gibi aralarında teğet olan üç çember çizilmiştir.

Büyük çember dikdörtgeninin üç kenarına, eş olan iki küçük çember ise ikişer kenarına teğettir.

Köşeleri bu çemberlerin merkezleri olan üçgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $2\sqrt{2}$    B)  $3\sqrt{2}$    C)  $2\sqrt{5}$    D) 2   E) 3

Çözüm 27



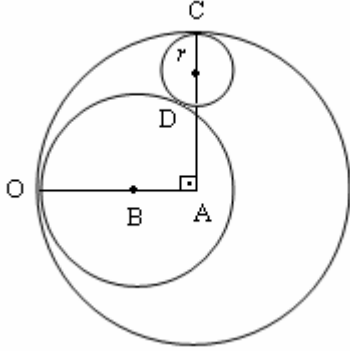
Alan(MKL) = ?

KML ikizkenar üçgeninde tabana ait yükseklik çizilirse,

MHL dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,  $3^2 = |MH|^2 + 1^2 \Rightarrow |MH| = 2\sqrt{2}$

Alan(MKL) =  $\frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$  elde edilir.

28.

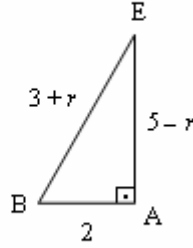
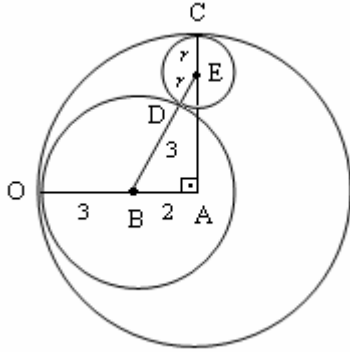


Merkezi B, yarıçapı 3 birim olan küçük çember;  
merkezi A, yarıçapı 5 birim olan büyük çembere, şekildeki gibi, O da teğettir.  
[AC], büyük çemberin [OA ] ya dik bir yarıçapıdır.  
Büyük çember C de içten teğet, küçük çembere D de dıştan teğet olan  
üçüncü çemberin  $r$  yarıçapı kaç birimdir?

- A) 1    B) 2    C)  $\frac{5}{2}$     D)  $\frac{5}{3}$     E)  $\frac{5}{4}$

Çözüm 28

BE çizilirse,



BAE dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

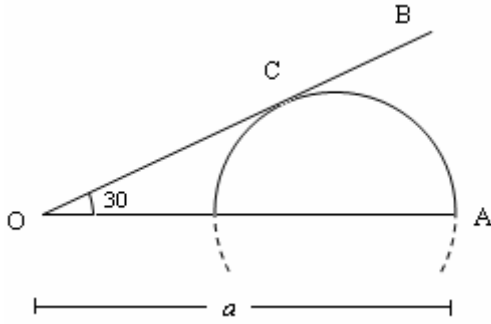
$$(3 + r)^2 = (5 - r)^2 + 2^2 \Rightarrow 9 + 6r + r^2 = 25 - 10r + r^2 + 4$$

$$\Rightarrow 16r = 20$$

$$\Rightarrow r = \frac{5}{4} \text{ bulunur.}$$



29.



$$C \in [OB]$$

$$m(\hat{AOB}) = 30^\circ$$

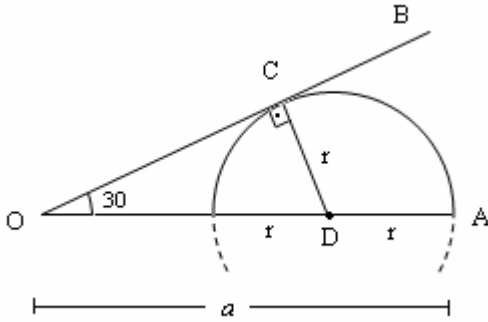
$$|OA| = a \text{ birim}$$

Şekilde, A dan geçen ve merkezi  $[OA]$  üzerinde olan çember,  $OB$  ye  $C$  de teğettir.

Çemberin yarıçapının  $|OA| = a$  türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{a}{\sqrt{2}}$    B)  $\frac{a}{\sqrt{3}}$    C)  $\frac{a}{\sqrt{5}}$    D)  $\frac{a}{3}$    E)  $\frac{a}{4}$

Çözüm 29



Yarıçap teğete değme noktasında dik olduğundan,  $OB \perp CD$  olur.

DCO dik üçgeninde,

Bir dar açının ölçüsü  $30^\circ$  olan dik üçgende,

$30^\circ$  karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına eşit olduğuna göre,

$$|OD| = 2r \text{ olur.}$$

$$|AD| = r \text{ olduğundan, } |OA| = 3r = a \quad \Rightarrow \quad r = \frac{a}{3}$$

Not : Dik üçgen özellikleri

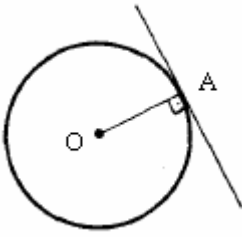
Bir dar açının ölçüsü  $30^\circ$  olan dik üçgende,

$30^\circ$  karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

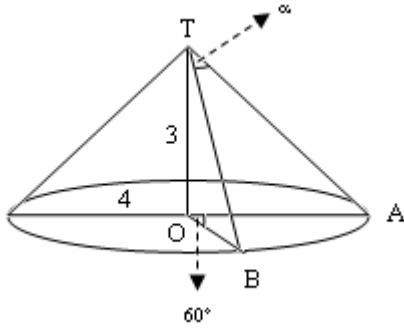
$60^\circ$  karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  katına eşittir.

Not :

Yarıçap teğete değme noktasında diktir.



30.



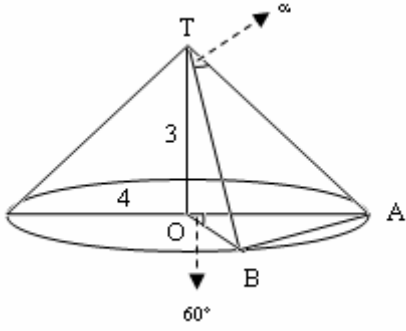
Şekildeki döne1 koninin tepesi T, taban merkezi O, yüksekliği 3 cm, taban yarıçapı 4 cm dir.

Çember üzerindeki A ve B noktaları O ve T ye birleştirilmiştir.

$m(\hat{A}OB) = 60^\circ$  ,  $m(\hat{A}TB) = \alpha$  olduğuna göre  $\cos \alpha$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{17}{25}$     B)  $\frac{19}{25}$     C)  $\frac{21}{25}$     D)  $\frac{3}{5}$     E)  $\frac{4}{5}$

### Çözüm 30



$$|OA| = |OB| = 4$$

AB uzunluğu çizilirse,

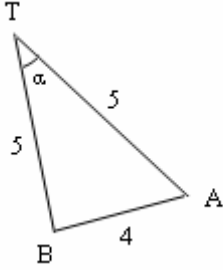
BAO üçgeni eşkenar üçgen olacağına göre,  $|AB| = 4$  olur.

$$TO \perp OB$$

$$TOB \text{ dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, } |TB|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |TB| = 5$$

$$TO \perp OA$$

$$TOA \text{ dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, } |TA|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |TA| = 5$$

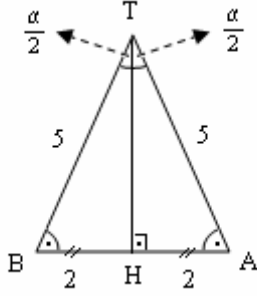


TBA üçgeninde kosinüs teoremine göre,

$$4^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{34}{50}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{17}{25}$$

veya



BTA ikizkenar üçgeninin yüksekliği çizilirse,  $TH \perp BA$

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay olduğuna göre,

$$|BH| = |HA| = 2$$

THA dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,  $5^2 = |TH|^2 + 2^2 \Rightarrow |TH| = \sqrt{21}$

$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$  olduğuna göre,

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{5}$$

$$\cos \alpha = \left( \frac{\sqrt{21}}{5} \right)^2 - \left( \frac{2}{5} \right)^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{21}{5} - \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{17}{25}$$

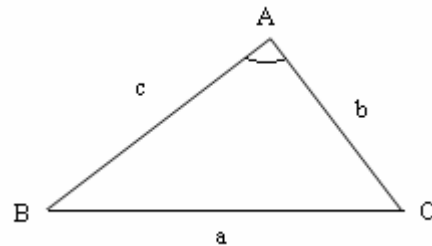
Not : Kosinüs Teoremi

Bir ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos(B)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2.a.b.\cos(C)$$

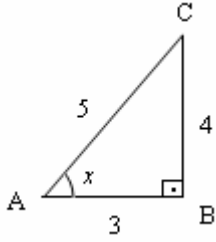


31.  $\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x}$  olduğuna göre,  $\cos x$  in pozitif değeri kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$    B)  $\frac{2}{5}$    C)  $\frac{3}{5}$    D)  $\frac{4}{5}$    E)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

Çözüm 31

$$\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$$



ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,  $|AC|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |AC| = 5$

Buna göre,  $\cos x = \frac{3}{5}$  elde edilir.

32.  $\frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x} = \frac{4}{3}$  denklemini sağlayan  $x$  dar ağısı ka derecedir?

A) 25    B) 30    C) 45    D) 60    E) 75

özüm 32

$$\frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{\underset{(1+\cos x)}{1-\cos x}} - \frac{1}{\underset{(1-\cos x)}{1+\cos x}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1+\cos x - 1+\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\cos x}{1-\cos^2 x} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{1-\cos^2 x} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0$$

$$2\cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 60 \text{ derece}$$

33. Karmaşık düzlemde  $z = 3 - i$  olduğuna göre  $|z^{-1}|$  kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$     B)  $\frac{\sqrt{10}}{20}$     C)  $\frac{\sqrt{15}}{20}$     D)  $\frac{\sqrt{15}}{30}$     E)  $\frac{\sqrt{10}}{50}$

Çözüm 33

I. Yol

$z$  sayının çarpma işlemine göre tersi  $\frac{1}{z}$  olduğuna göre,

$$z = 3 - i \Rightarrow z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{3 - i}$$

$$z^{-1} = \frac{1}{3 - i} \Rightarrow z^{-1} = \frac{1}{3 - i} \cdot \frac{(3 + i)}{(3 + i)}$$

$$\Rightarrow z^{-1} = \frac{3 + i}{10} \Rightarrow z^{-1} = \frac{3}{10} + \frac{1}{10}i$$

$$|z^{-1}| = \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2} \Rightarrow |z^{-1}| = \sqrt{\frac{1}{10}} \Rightarrow |z^{-1}| = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

II. Yol

$|z^{-1}| = |z|^{-1}$  olduğuna göre,

$$z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$$

$$|z|^{-1} = (\sqrt{10})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ elde edilir.}$$

34. Karmaşık düzlemde

$$(\cos x + i \sin x)^2 = \cos^2 x + i \sin^2 x$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi  $x$  in değerlerinden biridir?

- A)  $\frac{\pi}{6}$     B)  $\frac{\pi}{4}$     C)  $\frac{\pi}{3}$     D)  $\frac{\pi}{2}$     E)  $\pi$

Çözüm 34

$$(\cos x + i \sin x)^2 = \cos^2 x + i \sin^2 x$$

$$\cos^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot i - \sin^2 x = \cos^2 x + i \sin^2 x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \text{ ve } 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin 2x \text{ olduğuna göre,}$$

$$\cos 2x + \sin 2x \cdot i = \cos^2 x + i \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \text{ olduğuna göre,}$$

$$2 \cos^2 x - 1 = \cos^2 x \Rightarrow \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm 1 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = \pi$$

veya

$$\sin 2x \cdot i = i \cdot \sin^2 x$$

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x \cdot (\sin x - 2 \cdot \cos x) = 0 \Rightarrow \sin x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ veya } x = \pi$$



35.  $\log_a 9 = 4$  ,  $\log_3 a = b$  olduğuna göre,  $a.b$  çarpımı kaçtır?

- A)  $\sqrt{2}$     B)  $\sqrt{3}$     C)  $2\sqrt{3}$     D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     E)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Çözüm 35

$$\log_a 9 = 4 \Rightarrow a^4 = 9$$

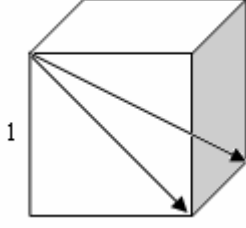
$$\Rightarrow a^4 = 3^2 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$\log_3 a = b \Rightarrow \log_3 \sqrt{3} = b$$

$$\Rightarrow \log_3 3^{\frac{1}{2}} = b \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3 3 = b \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

Buna göre,  $a.b = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a.b = \frac{\sqrt{3}}{2}$  elde edilir.

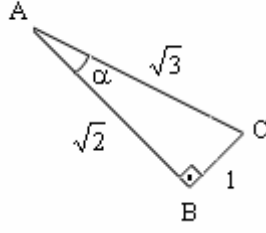
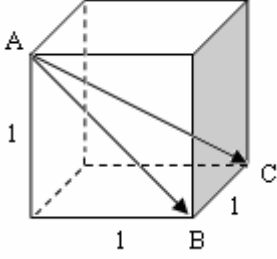
36.



Birim küpün bir köşesinden diğer iki köşesine şekildeki gibi uzanan iki vektörün iç çarpımı kaçtır?

- A) 2    B) 3    C)  $\frac{5}{2}$     D)  $2\sqrt{2}$     E)  $3\sqrt{3}$

Çözüm 36



Yüzey köşegeni :  $|AB|^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow |AB| = \sqrt{2}$

$AB \perp BC$

$|BC| = 1$

ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

Cisim köşegeni :  $|AC|^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{3}$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos \alpha$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= 2$$

37. Bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamının, ilk üç teriminin toplamına oranı  $2\sqrt{2}$  dır.

Bu dizinin  $r$  ortak oranı kaçtır?

- A)  $2\sqrt[3]{2}$     B)  $2\sqrt{2}$     C)  $2\sqrt{2}-1$     D)  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$     E)  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}-1}$

Çözüm 37

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{\sum_{k=1}^6 a_k}{\sum_{k=1}^3 a_k} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{a_1 + a_2 + a_3} = 2\sqrt{2} \text{ ise geometrik dizinin ilk terimi } a \text{ olsun.}$$

$$= \frac{a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5}{a + ar + ar^2}$$

$$= \frac{a(1+r+r^2+r^3+r^4+r^5)}{a(1+r+r^2)}$$

$$= \frac{1+r+r^2+r^3+r^4+r^5}{1+r+r^2}$$

$$= \frac{\frac{r^6-1}{r-1}}{\frac{r^3-1}{r-1}}$$

$$= \frac{r^6-1}{r^3-1}$$

$$= \frac{(r^3-1)(r^3+1)}{r^3-1}$$

$$= r^3 + 1$$

$r^3 + 1 = 2\sqrt{2}$  olduğuna göre,

$$r^3 = 2\sqrt{2} - 1 \Rightarrow r = \sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1} \text{ elde edilir.}$$

Not : Geometrik Dizinin Özellikleri

$a_n = a.r^{n-1}$  geometrik dizisinin ilk  $n$  tane teriminin toplamı :

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \\ &= a + a.r + a.r^2 + \dots + a.r^{n-1} \\ &= a.(1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}) \\ &= a.\frac{r^n - 1}{r - 1} \end{aligned}$$

38. Genel terimi  $a_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)}$ ,  $n \in \mathbb{N}^+$  olan dizinin ilk 7 teriminin toplamı kaçtır?

- A)  $\frac{28}{45}$     B)  $\frac{13}{18}$     C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{5}{8}$     E) 0

Çözüm 38

$\frac{2}{(n+1)(n+3)}$  ifadesi basit kesirler biçiminde yazılırsa,

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{A}{n+1} + \frac{B}{n+3}$$

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{A}{n+1} + \frac{B}{n+3}$$

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{A(n+3) + B(n+1)}{(n+1)(n+3)}$$

$$(A+B)n + 3A + B = 2$$

$$A + B = 0 \quad \Rightarrow \quad A = -B$$

$$3A + B = 2 \quad \Rightarrow \quad A = 1 \text{ ve } B = -1 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \text{ elde edilir.}$$

$$\sum_{n=1}^7 \left( \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right) = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) + \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$= \frac{5}{6} - \frac{19}{90}$$

$$= \frac{75-19}{90}$$

$$= \frac{56}{90} = \frac{28}{45} \text{ bulunur.}$$

39.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7^{\frac{1}{x}} + 5^x + 1)$  değeri kaçtır?

A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

Çözüm 39

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} (7^{\frac{1}{x}} + 5^x + 1) &= 7^{\frac{1}{-\infty}} + 5^{-\infty} + 1 \\ &= 7^0 + (5^{-1})^{\infty} + 1 \\ &= 1 + \left(\frac{1}{5}\right)^{\infty} + 1 \\ &= 1 + \frac{1}{5^{\infty}} + 1 \\ &= 1 + \frac{1}{\infty} + 1 \\ &= 1 + 0 + 1 \\ &= 2\end{aligned}$$

40.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 2 \sin x - 1}{\cos 2x + \sin 2x - 1}$  değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{2}$     B)  $-1$     C)  $0$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $1$

Çözüm 40

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 2 \sin x - 1}{\cos 2x + \sin 2x - 1} = \frac{\cos 0 - 2 \sin 0 - 1}{\cos(2 \cdot 0) + \sin(2 \cdot 0) - 1} = \frac{1 - 0 - 1}{1 + 0 - 1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 2 \sin x - 1)'}{(\cos 2x + \sin 2x - 1)'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x - 2 \cos x}{-2 \sin 2x + 2 \cos 2x} \\ &= \frac{-\sin 0 - 2 \cos 0}{-2 \sin(2 \cdot 0) + 2 \cos(2 \cdot 0)} = \frac{0 - 2}{0 + 2} = -1 \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Not : L' Hospital Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ limitinde } \frac{0}{0} \text{ veya } \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği varsa, } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

$$41. f(x) = \begin{cases} mx + n & 1 < x \\ 5 & x = 1 \\ x^2 + m & x < 1 \end{cases} \text{ ise fonksiyonu } R \text{ de sürekli olduğuna göre } n \text{ kaçtır?}$$

A) -2    B) -1    C) 1    D) 6    E) 7

Çözüm 41

$x = 1$  fonksiyonun kritik noktasıdır.

$f(x)$  fonksiyonu  $R$  de sürekli olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$  olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (mx + n) = m + n$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + m) = 1 + m$$

$$f(1) = 5$$

$m + n = 1 + m = 5$  olacağına göre,  $m = 4$  ve  $n = 1$  bulunur.

$$42. f(x) = 2x^2 + 3 \text{ olduğuna göre } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 0    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Çözüm 42

I. Yol

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2 \cdot (1+h)^2 + 3] - [2 \cdot 1^2 + 3]}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 4h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2h + 4)$$

$$= 2 \cdot 0 + 4$$

$$= 4$$



## II. Yol

Türev tanımına göre,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$  olduğundan,

$$f(x) = 2x^2 + 3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 4x$$

$x = 1$  için :  $f'(1) = 4$  olur.

Not : Türev Kavramı

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  bir fonksiyon ve  $x_0 \in (a, b)$  olsun.

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  limitine (varsa)  $f$  fonksiyonunun  $x_0$  noktasındaki türevi denir ve

$f'(x_0)$  ile gösterilir.

Bu limitin olabilmesi için :  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Not :

$$x - x_0 = h \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + h$$

Bu durumda  $x \rightarrow x_0 \quad \Rightarrow \quad h = 0$  olur.

Bu nedenle  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  olur.

43.  $f(3x-5) = 2x^2 + x - 1$  olduğuna göre  $f'(1) + f(1)$  kaçtır?

A) 10    B) 12    C) 14    D) 16    E) 18

Çözüm 43

$$f(3x-5) = 2x^2 + x - 1$$

$f'(1)$  için :

$$(3x-5)' \cdot f'(3x-5) = (2x^2 + x - 1)' \Rightarrow 3 \cdot f'(3x-5) = 4x + 1$$

$$3x - 5 = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$3 \cdot f'(3 \cdot 2 - 5) = 4 \cdot 2 + 1 \Rightarrow f'(1) = 3$$

$f(1)$  için :

$$3x - 5 = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$f(3 \cdot 2 - 5) = 2 \cdot 2^2 + 2 - 1 \Rightarrow f(1) = 9$$

Buna göre,  $f'(1) + f(1) = 3 + 9 = 12$  elde edilir.

44.  $y < 0$  olmak üzere,  $x^2 + y^2 = 9$  çemberinin  $x = \sqrt{3}$  noktalarındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A)  $\frac{1}{\sqrt{6}}$    B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$    C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$    D)  $\sqrt{2}$    E)  $\sqrt{3}$

Çözüm 44

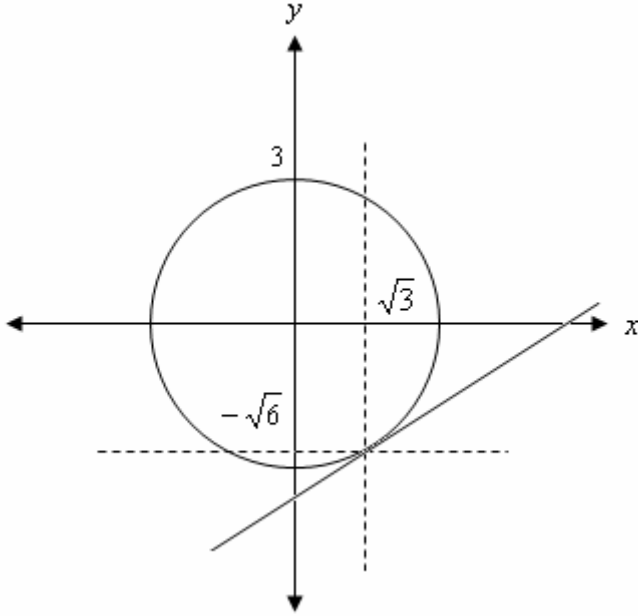
I. Yol

$$y < 0 \text{ olmak üzere, } x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ için } y = -\sqrt{6}$$

$$\text{Türev alınırsa, } x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y' = -\frac{2x}{2y}$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{x}{y}$$

$$m = -\frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{6}} \Rightarrow m = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ bulunur.}$$



## II. Yol

Teğetin eğimi, çember denkleminin türevinin  $x = \sqrt{3}$  noktasındaki değerine eşit olduğundan,

$$x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y = \mp\sqrt{9 - x^2}$$

$y < 0$  olduğuna göre,  $y = -\sqrt{9 - x^2}$  olur.

$$\text{Teğetin eğimi : } y' = -\frac{-2x}{2\sqrt{9 - x^2}} \Rightarrow y' = \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$x = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9 - (\sqrt{3})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ elde edilir.}$$

Not : Kapalı Fonksiyonun Türevi

$F(x, y) = 0$  bağıntısından en az bir  $y = f(x)$  fonksiyonu tanımlanabiliyorsa,

bu bağıntıya  $y$  nin  $x$ 'e göre bir kapalı fonksiyonu denir.

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{x'e \text{ göre türev } (y \text{ sabit})}{y'ye \text{ göre türev } (x \text{ sabit})}$$

45. Denklemi  $f(x) = \sin(\cos 5x)$  olan eğrinin  $x = \frac{\pi}{10}$  noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A)  $-\frac{4}{5}$    B)  $-\frac{1}{5}$    C)  $\frac{1}{5}$    D)  $\frac{2}{5}$    E)  $\frac{4}{5}$

Çözüm 45

Teğete değme noktasında dik olan doğruya normal denildiğine göre,

$$m_{teget} \cdot m_{normal} = -1 \text{ ise}$$

Denklemi  $f(x) = \sin(\cos 5x)$  olan eğrinin teğetinin eğimi,

türevinin  $x = \frac{\pi}{10}$  noktasındaki değeri olduğuna göre,

$$f(x) = \sin(\cos 5x) \Rightarrow f'(x) = -5 \cdot \sin 5x \cdot \cos(\cos 5x)$$

Teğetin eğimi :  $x = \frac{\pi}{10}$  için :  $f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot \sin 5 \cdot \frac{\pi}{10} \cdot \cos(\cos 5 \cdot \frac{\pi}{10})$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos(\cos \frac{\pi}{2})$$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot 1 \cdot \cos 0$$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot 1 \cdot 1$$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \text{ bulunur.}$$

$m_{teget} \cdot m_{normal} = -1$  olduğuna göre,  $(-5) \cdot m_{normal} = -1 \Rightarrow m_{normal} = \frac{1}{5}$  elde edilir.

46. Denklemi  $y = x^3 + ax^2 + (a + 7)x - 1$  olan eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi 1 ise ordinatı kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

Çözüm 46

$$y = x^3 + ax^2 + (a + 7)x - 1$$

$$y' = 3x^2 + 2ax + (a + 7)$$

$$y'' = 6x + 2a$$

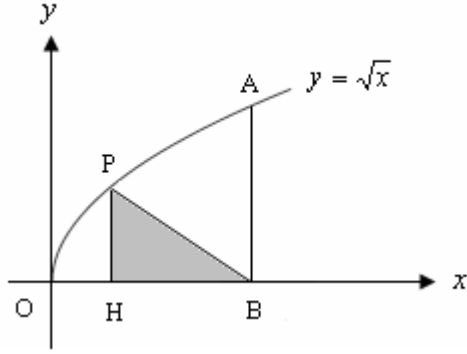
Eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi ikinci türevin kökü olduğuna göre,

$$x = 1 \text{ ise } 6.1 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$y = x^3 - 3x^2 + (-3 + 7)x - 1$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow x = 1 \text{ ise } y = 1^3 - 3.1^2 + 4.1 - 1 \Rightarrow y = 1 \text{ bulunur.}$$

47.

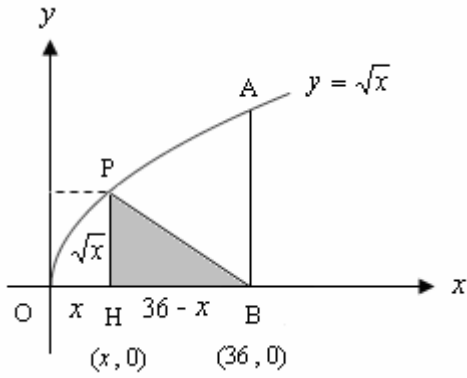


Denklemi  $y = \sqrt{x}$  olan şekildeki parabolün A ve P noktalarının  $x$  eksenindeki dik izdüşümleri sırasıyla B(36 , 0) ve H( $x$  , 0) dır.

HBP üçgeninin alanı,  $x$  in hangi değeri için en büyüktür?

- A) 12    B) 9    C) 8    D) 6    E) 4

Çözüm 47



$$\text{HBP üçgeninin alanı : } A(HBP) = \frac{\sqrt{x} \cdot (36 - x)}{2}$$

Alanın en büyük olması için  $A'(HBP) = 0$  olmalıdır.

$$A'(HBP) = \left( \frac{\sqrt{x} \cdot (36 - x)}{2} \right)' = 0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (36 - x) - \sqrt{x}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 36 - x - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x = 12$$

48.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$  integralinde  $x = 2 \sin t$  dönüşümü yapılırsa

aşağıdaki intagrallerden hangisi elde edilir?

A)  $\int_{\pi}^{\pi} \sin^2 t dt$     B)  $\int_0^{\pi/2} 4 \sin^2 t dt$     C)  $\int_{\pi/2}^{\pi} 4(\sin t - \cos t) dt$

D)  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t dt$     E)  $\int_0^{\pi/2} 4 \cos^2 t dt$

Çözüm 48

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$x = 2 \sin t$  dönüşümü yapılırsa,

$$d(x) = d(2 \sin t)' dt \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$$

integralin alt sınırı :  $x = 0$  için ;  $0 = 2 \sin t \Rightarrow t = 0$

integralin üst sınırı :  $x = 2$  için ;  $2 = 2 \sin t \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-(2 \sin t)^2} 2 \cos t dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4 \sin^2 t} 2 \cos t dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4(1-\sin^2 t)} 2 \cos t dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 \cos^2 t} 2 \cos t dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos t \cdot 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t dt \text{ elde edilir.}$$



49.  $\left(\int_0^a x dx\right)^3 = \int_0^a x^3 dx$  olduğuna göre, pozitif  $a$  kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     C)  $\sqrt{2}$     D)  $\sqrt{3}$     E) 2

Çözüm 49

$$\left(\int_0^a x dx\right)^3 = \int_0^a x^3 dx \Rightarrow \left(\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^a\right)^3 = \left(\frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^a$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a^2}{2} - 0\right)^3 = \left(\frac{a^4}{4} - 0\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a^2}{2}\right)^3 = \left(\frac{a^4}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{a^6}{8} = \frac{a^4}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

50.  $0 < a < \frac{\pi}{3}$

$\int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \frac{1}{3}$  olduğuna göre,  $a$  nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{\pi}{6}$     B)  $\frac{\pi}{4}$     C)  $\frac{\pi}{3}$     D)  $\frac{2\pi}{3}$     E)  $\frac{5\pi}{6}$

Çözüm 50

$$\int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^a [\tan^2 x \cdot (\tan^2 x + 1)] dx = \frac{1}{3}$$

$u = \tan x$  değişken değiştirmesi yapılırsa,

$$du = (1 + \tan^2 x) dx \Rightarrow dx = \frac{du}{1 + u^2}$$

$u$  değişkenine göre integralin alt sınırı :  $x = 0$  için ;  $u = \tan 0 \Rightarrow u = 0$

integralin üst sınırı :  $x = a$  için ;  $u = \tan a$

$$\int_0^{\tan a} [u^2 \cdot (u^2 + 1)] \frac{du}{1 + u^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^{\tan a} u^2 du = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{u^3}{3} \right) \Big|_0^{\tan a} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(\tan a)^3}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

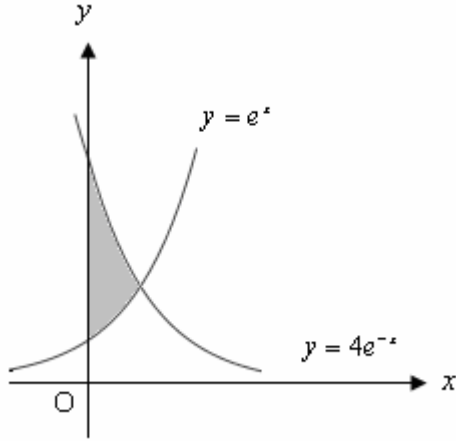
$$\Rightarrow \frac{(\tan a)^3}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (\tan a)^3 = 1$$

$$\Rightarrow \tan a = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{\pi}{4} \text{ elde edilir.}$$

51.



Şekilde,  $y = e^x$ ,  $y = 4e^{-x}$  fonksiyonlarının grafikleri ve y-ekseniyle sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 1    B) 2    C) 3    D)  $\ln 2$     E)  $\ln 3$

Çözüm 51

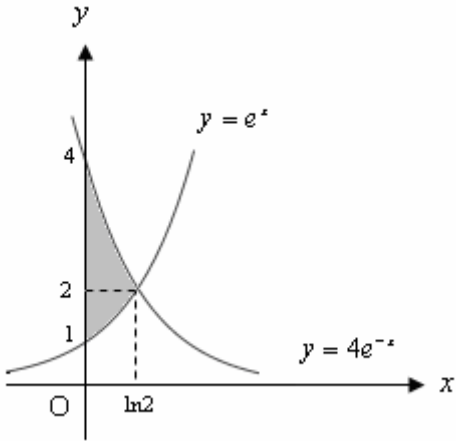
$y = e^x$ ,  $y = 4e^{-x}$  fonksiyonlarının kesişim noktaları bulunursa,

$$e^x = 4e^{-x} \Rightarrow e^x = \frac{4}{e^x} \Rightarrow e^{2x} = 4$$

$$\Rightarrow e^{2x} = 2^2 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2$$

$$e^x = 2 \Rightarrow y = 2$$

Kesişim noktası :  $(\ln 2, 2)$  bulunur.



$$\text{Taralı bölgenin alanı : } \int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx - \int_0^{\ln 2} e^x dx$$

$$\int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx$$

$u = -x$  değişken değiştirilmesi yapılırsa,

$$du = -dx \Rightarrow dx = -du$$

integralin alt sınırı :  $x = 0$  için ;  $u = 0$

integralin üst sınırı :  $x = \ln 2$  için ;  $u = -\ln 2$

$$\int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx = \int_0^{-\ln 2} -4e^u du = (-4e^u) \Big|_0^{-\ln 2} = [(-4e^{-\ln 2}) - (-4e^0)] = \frac{-4}{e^{\ln 2}} + 4 = \frac{-4}{2} + 4 = 2$$

$$\int_0^{\ln 2} e^x dx = (e^x) \Big|_0^{\ln 2} = [e^{\ln 2} - e^0] = [2 - 1] = 1$$

$$\text{Taralı bölgenin alanı : } \int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx - \int_0^{\ln 2} e^x dx = 2 - 1 = 1 \text{ elde edilir.}$$

52.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

A)  $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$     B)  $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$     C)  $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$     D)  $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$     E)  $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

## Çözüm 52

### I. Yol

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = A \text{ olsun.}$$

$A^2 - 2A + I = (A - I)^2$  olduğuna göre,

$$\left( \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 = \begin{bmatrix} 1-1 & 2-0 \\ -3-0 & 4-1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}^2$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-3) & 0 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \\ -3 \cdot 0 + 3 \cdot (-3) & (-3) \cdot 2 + 3 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

### II. Yol

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \\ (-3) \cdot 1 + 4 \cdot (-3) & (-3) \cdot 2 + 4 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix}$$

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -5-2+1 & 10-4+0 \\ -15-(-6)+0 & 10-8+1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Adnan ÇAPRAZ

[adnancapraz@yahoo.com](mailto:adnancapraz@yahoo.com)

AMASYA