

Öğrenci Yerleştirme Sınavı (Öys) / 21 Haziran 1998

Matematik Soruları Ve Çözümleri

1. Üç basamaklı bir x doğal sayısının $\frac{3}{7}$ katı, iki basamaklı bir y doğal sayısına eşittir.

Buna göre, y doğal sayısı en az kaç olabilir?

A) 42 B) 45 C) 48 D) 51 E) 54

Çözüm 1

$$y = \frac{3}{7}x \Rightarrow 3x = 7y$$

(x, en küçük 3 basamaklı, 3 ile çarpılınca 7 ye bölünebilen bir sayı olmalı)

$$x = 105 \Rightarrow y = \frac{3}{7} \cdot 105 \Rightarrow y = 45 \text{ bulunur.}$$

2. Üç basamaklı a2b sayısı 6 ile kalansız bölünebilmektedir.

Aynı sayı 5 ile bölündüğünde kalan 4 olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı nedir?

A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Çözüm 2

a2b sayısı 6 ile kalansız bölünebildiğine göre, 2 ve 3 sayısıyla da kalansız bölünebilir.

a2b sayısı 5 ile bölündüğünde kalan 4 olduğuna göre, b = 4 veya b = 9 olabilir.

6 ile bölünebilme kuralından b = 9 olamaz.

$$a24 \Rightarrow \text{aynı zamanda } 4 + 2 + a = 3k \Rightarrow 6 + a = 3k \text{ olmalı.}$$

O zaman a = {3, 6, 9} olur.

Bu değerler toplamı = 3 + 6 + 9 = 18

3. Bir malın etiket fiyatı üzerinden % 25 indirim yapıldığında satıcının kârı % 35 olduğuna göre, satıcı etiket fiyatını yüzde kaç kârla hesaplamıştır?

A) 80 B) 75 C) 70 D) 65 E) 60

Çözüm 3

alış fiyatı = a

etiket fiyatı = e olsun.

kar = e - a

$$e - \% 25.e = e - \frac{25e}{100} = e - \frac{e}{4} = \frac{3e}{4}$$

$$\text{kar} = \frac{3e}{4} - a = a.\% 35 \Rightarrow 75e = 135a \Rightarrow 5e = 9a \Rightarrow \frac{a}{e} = \frac{5}{9}$$

$$\text{kar} = \frac{9a}{5} - a = \frac{4a}{5} = \frac{80a}{100} = a.\% 80$$

4. Bir üreticinin brüt ücretinden bu ücretin yüzde 30 u, yüzde 5 i ve binde 4 ü olmak üzere üç ayrı kesinti yapılmaktadır.

Bu üreticinin net ücreti 32,300,000 TL olduğuna göre, brüt ücret kaç TL dir?

A) 40,000,000 B) 45,000,000 C) 50,000,000 D) 55,000,000 E) 60,000,000

Çözüm 4

Adamın brüt ücreti = 1000x olsun.

Kesintileri çıkaralım.

$$\text{Net ücreti} = 1000x - \left(1000x \cdot \frac{30}{100} + 1000x \cdot \frac{5}{100} + 1000x \cdot \frac{4}{1000}\right)$$

$$= 1000x - (300x + 50x + 4x) \Rightarrow 646x = 32,300,000 \Rightarrow x = 50,000$$

$$\text{Brüt ücret} = 1000x = 50,000,000$$

5. Bir bahçede boyları 50 cm ve 40 cm olan iki ağaç fidesi dikilmiştir.

Bu fidelerden boyu 50 cm olan haftada 2 cm, diğeri de haftada 1 cm uzamaktadır.

Buna göre, 20. haftanın sonunda bu iki fidenin boyları arasındaki fark kaç cm olur?

- A) 18 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

Çözüm 5

$$(50 + 20 \cdot 2) - (40 + 20 \cdot 1) = 90 - 60 = 30$$

6. Bugünkü yaşları 6 ve 8 ile orantılı olan iki kardeşin 6 yıl sonraki yaşları 4 ve 5 ile orantılı olacaktır.

Bu iki kardeşten büyük olanın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 26 B) 24 C) 20 D) 18 E) 16

Çözüm 6

İki kardeşin bugünkü yaşları x ve y olsun.

$$\frac{x}{y} = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{x+6}{y+6} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x + 30 = 4y + 24 \Rightarrow 5 \frac{3y}{4} + 30 = 4y + 24 \Rightarrow y = 24$$

$\Rightarrow x = 18$ bulunur.

Büyük olanın bugünkü yaşı = 24 olur.

7. Bir musluk boş su deposunu 15 saatte doldurmaktadır.

Musluktan birim zamanda akan su miktarını % 25 azalırca boş su deposu kaç saatte dolar?

- A) 26 B) 25 C) 24 D) 22 E) 20

Çözüm 7

Birim zamanda 100x litre su aksın,

Akan su miktarı % 25 azaltılırsa 75x litre su akar.

100x litre su akarken 15 saatte

75x litre su akarken t saatte (ters orantı)

$$100x \cdot 15 = 75x \cdot t \Rightarrow t = 20$$

8. $327^{95} = x$ olduğuna göre, x sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm 8

$$327^1 \equiv 7 \pmod{10}$$

$$327^2 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$327^3 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$327^4 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow (327^4)^{23} \equiv 1^{23} \pmod{10} \Rightarrow 327^{92} \equiv 1 \pmod{10}$$

$$327^{95} \equiv 327^{92+3} \equiv 327^{92} \cdot 327^3 \equiv 1 \cdot 3 \equiv 3 \pmod{10}$$

9. $\left. \begin{array}{l} x - y = 22 \\ y + z = 10 \\ z - v = 8 \end{array} \right\}$ olduğuna göre, $x - 2y - 2z + v$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 12 C) 20 D) 32 E) 40

Çözüm 9

$$\begin{array}{l} x - y = 22 \\ (-1) / y + z = 10 \\ (-1) / z - v = 8 \end{array}$$

$$(x - y) - (y + z) - (z - v) = x - 2y - 2z + v = 22 - 10 - 8 = 4$$

10. $x < 0$ olduğuna göre, $\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ işlemini sonucu kaçtır?

- A) $-x$ B) -1 C) 0 D) 1 E) x

Çözüm 10

$$\frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{|x|}{x} \Rightarrow x < 0 \Rightarrow \frac{-x}{x} = -1$$

11. $a > 0, b > 0$
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$
 $a^2 + b^2 = 12$ } olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 11

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \Rightarrow \frac{a+b}{a.b} = 2 \Rightarrow a + b = 2ab \text{ (işleminde, her iki tarafının karesini alalım)}$$

$$(a + b)^2 = (2ab)^2 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = (2ab)^2 \Rightarrow 12 + 2ab = (2ab)^2$$

($2ab = x$ olsun)

$$12 + x = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 4).(x + 3) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ (} a > 0, b > 0 \text{)}$$

$$x = 4 \Rightarrow 2ab = 4 \Rightarrow a + b = 2ab = 4 \text{ bulunur.}$$

12. $\frac{14^a + 14^a}{7^a + 7^a + 7^a + 7^a} = 32$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 12

$$\frac{14^a + 14^a}{7^a + 7^a + 7^a + 7^a} = \frac{2.14^a}{4.7^a} = \frac{2.2^a.7^a}{4.7^a} = \frac{2^a}{2} = 32 \Rightarrow 2^a = 64 = 2^6 \Rightarrow a = 6$$

13. $3x + \frac{1}{3x} = 10$ olduğuna göre, $\frac{81x^4 + 1}{9x^2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 95 B) 96 C) 97 D) 98 E) 99

Çözüm 13

$$\frac{81x^4 + 1}{9x^2} = 9x^2 + \frac{1}{9x^2}$$

$$3x + \frac{1}{3x} = 10 \quad (\text{işleminde, her iki tarafının karesini alalım})$$

$$(3x + \frac{1}{3x})^2 = 10^2 \Rightarrow 9x^2 + \frac{1}{9x^2} + 2 = 100 \Rightarrow 9x^2 + \frac{1}{9x^2} = 98 = \frac{81x^4 + 1}{9x^2}$$

14. $|a - 2| + |b - 4| + |c - 6| = 0$ olduğuna göre, $a + 2b + 3c$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 28 B) 12 C) 0 D) -12 E) -28

Çözüm 14

Her bir mutlak değer 0 olmalıdır.

$$\text{O zaman } a = 2, b = 4, c = 6 \Rightarrow a + 2b + 3c = 2 + 2.4 + 3.6 = 28$$

15. $a \neq -1$ olmak üzere $(a + 1)x^2 - 2(a + 7)x + 27 = 0$ denkleminin kökleri eşit olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 15 B) 13 C) 11 D) 10 E) 9

Çözüm 15

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$(2(a + 7))^2 - 4.(a + 1).27 = 0 \Rightarrow 4a^2 + 56a + 196 - 108a - 108 = 0$$

$$4a^2 - 52a + 88 = 0 \Rightarrow \text{kökler toplamı : } a_1 + a_2 = \frac{52}{4} = 13$$

16. $x^2 + 2x + a$ üçterimli x in bütün değerleri için 5 ten büyük olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-\infty < a < -2$ B) $-2 < a < 1$ C) $1 < a < 3$ D) $3 < a < 5$ E) $6 < a < \infty$

Çözüm 16

$$x^2 + 2x + a > 5 \Rightarrow x^2 + 2x + a - 5 > 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a - 5) < 0 \Rightarrow 4 - 4a + 20 < 0 \Rightarrow 4a > 24 \Rightarrow a > 6$$

O halde, alt sınır : $a > 6$, üst sınır : ∞ olur.

17. $x < -3$, $f(x) = x^2 + 6x - 2$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

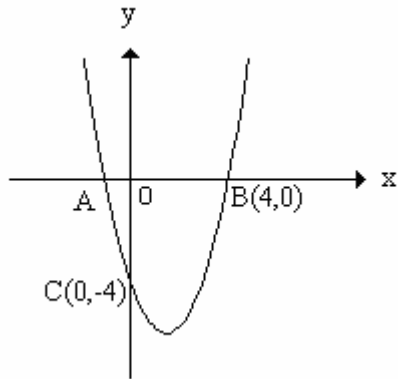
- A) $-9 - \sqrt{x+9}$ B) $-3 - \sqrt{x+9}$ C) $-3 - \sqrt{x+11}$ D) $6 - \sqrt{x+11}$ E) $3 + \sqrt{11x}$

Çözüm 17

$$f(x) = y = x^2 + 6x - 2 \Rightarrow y = (x + 3)^2 - 11 \Rightarrow y + 11 = (x + 3)^2$$

$$\Rightarrow \mp \sqrt{y+11} = x + 3 \Rightarrow x = \mp \sqrt{y+11} - 3 \quad (x \leftrightarrow y) \Rightarrow f^{-1}(x) = -3 \mp \sqrt{x+11}$$

18.



Şekilde verilen parabolün denklemi $y = x^2 + bx + c$ olduğuna göre,

$A(x, 0)$ noktasının apsisi x kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{5}{2}$

Çözüm 18

$$y = x^2 + bx + c \Rightarrow C(0, -4) \Rightarrow -4 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = -4$$

$$y = x^2 + bx - 4 \Rightarrow B(4, 0) \Rightarrow 0 = 4^2 + 4b - 4 \Rightarrow b = -3 \text{ bulunur.}$$

$$y = x^2 - 3x - 4 \Rightarrow A(x, 0) \Rightarrow 0 = x^2 - 3x - 4 \Rightarrow (x - 4).(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1$$

19. Bir $P(x)$ polinomunun $x(x + 3)$ ile bölümünden kalan $9 - 9x$ olduğuna göre, $x + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

Çözüm 19

$$P(x) = x.(x + 3).B(x) + (9 - 9x) \Rightarrow x + 3 = 0 \text{ ise } x = -3$$

$$P(-3) = (-3).((-3) + 3).B(-3) + (9 - 9.(-3)) = 0 + (9 + 27) = 36 \text{ bulunur}$$

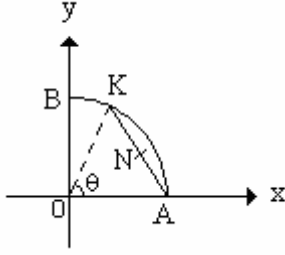
20. $\frac{3}{\log_4 24} + \frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 24} + \frac{12}{\log_{\sqrt[4]{3}} 24}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

Çözüm 20

$$\begin{aligned} \frac{3}{\log_4 24} + \frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 24} + \frac{12}{\log_{\sqrt[4]{3}} 24} &= \frac{3}{\log_4 24} + \frac{6}{2 \log_2 24} + \frac{12}{4 \log_3 24} \\ &= \frac{3}{\log_4 24} + \frac{3}{\log_2 24} + \frac{3}{\log_3 24} = 3. \left(\frac{1}{\log_4 24} + \frac{1}{\log_2 24} + \frac{1}{\log_3 24} \right) \\ &= 3.(\log_{24} 4 + \log_{24} 2 + \log_{24} 3) = 3. \log_{24} (4.2.3) \\ &= 3. \log_{24} 24 = 3.1 = 3 \end{aligned}$$

21.



BKA dörtte bir çember yayı

$$|OA| = |OB| = 15 \text{ m}$$

$$m(\text{AOK}) = \theta$$

Şekildeki O merkezli, 15 m yarıçaplı dörtte bir çember biçimindeki havuzun A noktasından hareket eden ve saniyede 0,2 m hızla yüzen bir kişi ANK yolunu izleyerek t zamanda K noktasına geliyor.

$m(\text{AOK}) = \theta$ olduğuna göre, t nin θ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $50.\sin\theta$ B) $50.\sin2\theta$ C) $100.\sin2\theta$ D) $100.\sin\frac{\theta}{2}$ E) $150.\sin\frac{\theta}{2}$

Çözüm 21

I. Yol

AOK üçgeninde, yüksekliği çizelim.

$|OA| = |OK| = 15$ olduğuna göre, AOK ikizkenar üçgendir.

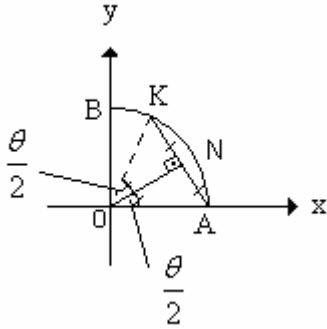
AOK ikizkenar üçgeninde, yükseklik = açortay = kenarortay olduğundan,

$$|AK| = 0,2.t$$

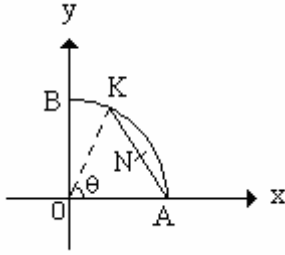
OAN veya ONK üçgeninde, sinüs teoremine göre,

$$\frac{15}{\sin 90} = \frac{|AK|}{\sin \frac{\theta}{2}} \Rightarrow |AK| = 30.\sin \frac{\theta}{2}$$

$$|AK| = 0,2.t = 30.\sin \frac{\theta}{2} \Rightarrow t = 150.\sin \frac{\theta}{2}$$



II. Yol



$$|AK| = 0,2.t$$

$$|OA| = |OK| = 15$$

AOK üçgeninde Kosinüs Teoremine göre,

$$(0,2.t)^2 = 15^2 + 15^2 - 2.15.15.\cos\theta$$

$$(0,2.t)^2 = 2.15^2 - 2.15^2.\cos\theta \Rightarrow (0,2.t)^2 = 2.15^2.(1 - \cos\theta)$$

$\cos 2a = 2.\cos^2 a - 1$ olduğuna göre,

$$(0,2.t)^2 = 2.15^2.(1 - (2.\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1)) \Rightarrow (0,2.t)^2 = 2.15^2.(2 - 2.\cos^2 \frac{\theta}{2})$$

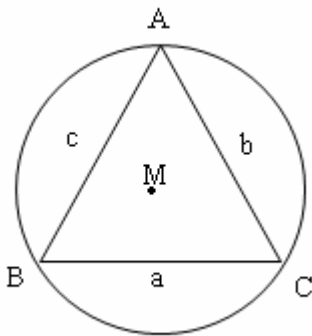
$$(0,2.t)^2 = 2^2.15^2.(1 - \cos^2 \frac{\theta}{2})$$

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ olduğuna göre,

$$(0,2.t)^2 = 2^2.15^2.\sin^2 \frac{\theta}{2} \Rightarrow 0,2.t = 2.15.\sin \frac{\theta}{2} \Rightarrow 0,2.t = 30.\sin \frac{\theta}{2} \Rightarrow t = 150.\sin \frac{\theta}{2}$$

Not : Sinüs Teoremi

Kenar uzunlukları a , b , c birim olan ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R ise



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ dir.}$$

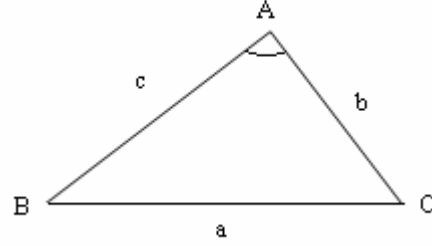
Not : Kosinüs Teoremi

Bir ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos(B)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2.a.b.\cos(C)$$



22. $\sin^2 x + 10.\cos x - 10 = 0$ denkleminin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ aralığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) π

Çözüm 22

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \text{ olduğuna göre,}$$

$$\sin^2 x + 10.\cos x - 10 = 0$$

$$(1 - \cos^2 x) + 10.\cos x - 10 = 0 \Rightarrow \cos^2 x - 10.\cos x + 9 = 0$$

$$(\cos x - 9)(\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi$$

23. $i^2 = -1$, $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ olduğuna göre z^9 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-i$ B) 1 C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

Çözüm 23

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = 1$$

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \Rightarrow \text{Karmaşık sayısını trigonometrik (kutupsal) biçimde yazalım.}$$

$$z = |z| \cdot (\cos 30 + i \sin 30) \Rightarrow z = \cos 30 + i \sin 30$$

$$z^9 = 1^9 \cdot (\cos(9 \cdot 30) + i \sin(9 \cdot 30))$$

$$z^9 = \cos 270 + i \sin 270 = 0 + i \cdot (-1) = -i$$

Not : Karmaşık sayının mutlak değeri (modülü)

$$z = a + b \cdot i \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Not : Karmaşık sayının kutupsal (trigonometrik) biçimi

$$z = |z| \cdot (\cos \theta + i \sin \theta) = |z| \cdot \text{cis} \theta$$

Not : Bir karmaşık sayının kuvveti (de Moivre formülü)

$$z = |z| \cdot (\cos x + i \sin x) \Rightarrow z^n = |z|^n \cdot (\cos(n \cdot x) + i \sin(n \cdot x))$$

24. Bir geometrik dizinin ilk 3 terimi $(a - 3)$, $(2a - 3)$ ve $(4a + 3)$ tür.

Buna göre bu dizinin 5. terimi kaçtır?

- A) 45 B) 54 C) 63 D) 81 E) 243

Çözüm 24

$a_1 = a - 3$, $a_2 = 2a - 3$, $a_3 = 4a + 3$ geometrik dizininin ortak çarpanı r ise

$$a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

$$a_5 = a_4 \cdot r = a_1 \cdot r^4$$

$$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow 2a - 3 = r \cdot (a - 3) \Rightarrow r = \frac{2a - 3}{a - 3}$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow 4a + 3 = r \cdot (2a - 3) \Rightarrow r = \frac{4a + 3}{2a - 3}$$

$$r = \frac{2a - 3}{a - 3} = \frac{4a + 3}{2a - 3} \Rightarrow (2a - 3) \cdot (2a - 3) = (a - 3) \cdot (4a + 3) \Rightarrow a = 6 \text{ ve } r = 3 \text{ bulunur.}$$

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = a_1 \cdot r = 9$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2 = 27$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^3 = 81$$

$$a_5 = a_4 \cdot r = a_1 \cdot r^4 = 243$$

Not : Geometrik dizi

Ardışık iki terimin oranı aynı olan dizilere geometrik dizi denir.

$r \in \mathbb{R}$ olmak üzere her $n \in \mathbb{N}^+$ için $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ ise (a_n) bir geometrik dizidir.

“ r ” ye dizinin ortak çarpanı denir.

Bir geometrik dizinin ilk terimi : a_1 , ortak çarpanı : r ise bu dizinin terimleri,

$$a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , \dots , a_n , \dots \Rightarrow a_1 , a_1 \cdot r , a_1 \cdot r^2 , a_1 \cdot r^3 , \dots , a_1 \cdot r^{n-1} , \dots$$

Bir geometrik dizinin genel terimi : $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ dir.

25. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $(AB)^t$ aşağıdakilerden hangisidir?

(A^t : A matrisinin devriği (transpozesi))

A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & -10 \\ -5 & -19 \\ 7 & -18 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -10 & -17 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & 8 & -5 \\ 10 & 19 & 18 \end{bmatrix}$

Çözüm 25

$$A.B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2+4.0 & 1.3+4.(-2) & 1.4+4.1 \\ (-5).2+2.0 & (-5).3+2.(-2) & (-5).4+2.1 \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 8 \\ -10 & -19 & -18 \end{bmatrix} \Rightarrow (AB)^t = \begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$$

Not : Bir Matrisin Devriği (Transpozu)

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ matrisinin aynı indisli satırıyla sütunlarının yer değiştirmesiyle oluşturulan $[a_{ji}]_{n \times m}$ matrisine A matrisinin devriği denir ve A^T ile ya da A^d ile gösterilir.

26. $\begin{vmatrix} 1998 & 1990 \\ 2006 & 1998 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

Çözüm 26

$$\begin{vmatrix} 1998 & 1990 \\ 2006 & 1998 \end{vmatrix} \text{ determinantında, } 1998 = x \text{ diyelim. } 1990 = x - 8 \text{ ve } 2006 = x + 8 \text{ olur.}$$

$$\begin{vmatrix} 1998 & 1990 \\ 2006 & 1998 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & x-8 \\ x+8 & x \end{vmatrix} = x \cdot x - (x+8) \cdot (x-8) = x^2 - (x^2 - 8^2) = x^2 - x^2 + 64 = 64$$

27. Bir torbada 2 tane mavi, 5 tane yeşil mendil vardır.

Bu torbadan, geri atılmamak koşuluyla iki kez birer mendil çekiliyor.

Bu iki çekilişin birincisinden mavi, ikincisinde de yeşil mendil çekme olasılığı nedir?

- A) $\frac{70}{12}$ B) $\frac{20}{49}$ C) $\frac{10}{45}$ D) $\frac{10}{21}$ E) $\frac{5}{21}$

Çözüm 27

Toplam $5 + 2 = 7$ mendil var.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Birinci çekilişte mavi mendil olması} = \frac{2}{7} \\ \text{İkinci çekilişte yeşil mendil olması} = \frac{5}{6} \end{array} \right\} \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{21}$$

28. $(3x + 2y)^{23}$ ün açılımında baştan 11. terimin katsayısı kaçtır?

- A) $2^{10} \cdot 3^{13} \cdot C(23, 10)$ B) $2^{11} \cdot 3^{12} \cdot C(23, 11)$ C) $2^{11} \cdot 3^{12} \cdot C(23, 12)$
D) $2^{11} \cdot 3^{12} \cdot C(23, 12)$ E) $2^{13} \cdot 3^{11} \cdot C(23, 11)$

Çözüm 28

$(3x + 2y)^{23}$ açılımında

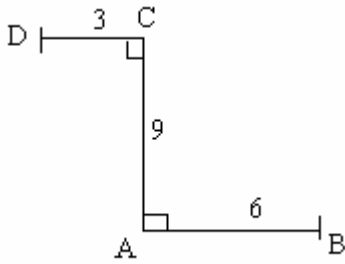
genel terim $\binom{n}{r} (3x)^{n-r} \cdot (2y)^r \Rightarrow n = 23, r = 10$ için

$\binom{23}{10} (3x)^{23-10} \cdot (2y)^{10} = C(23, 10) \cdot 3^{13} \cdot 2^{10} \cdot x^{13} \cdot y^{10}$ olduğuna göre,

katsayısı $= C(23, 10) \cdot 3^{13} \cdot 2^{10}$ olur.

Not : $(a + b)^n$ açıldığında baştan $(r + 1)$ inci terim $\binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$ dir.

29.



$$m(\text{DCA}) = 90^\circ$$

$$m(\text{CAB}) = 90^\circ$$

$$|OC| = 3 \text{ cm}$$

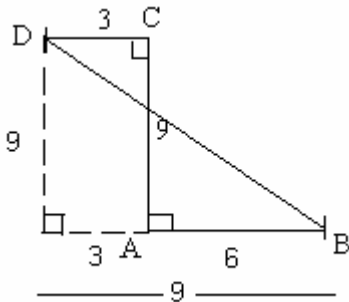
$$|AB| = 6 \text{ cm}$$

$$|AC| = 9 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|DB|$ kaç cm dir?

- A) 6 B) 9 C) $6\sqrt{2}$ D) $9\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

Çözüm 29



Oluşan üçgende pisagor teoremini uygulayalım.

$$|DB|^2 = 9^2 + 9^2$$

$$|DB|^2 = 2 \cdot 9^2$$

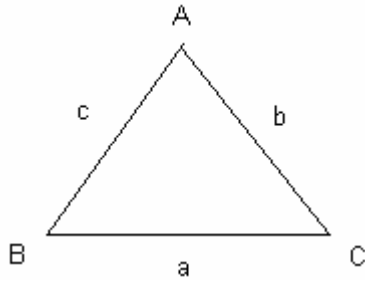
$$|DB| = 9\sqrt{2}$$

30. a, b, c gerçel sayıları bir üçgenin kenarlarının uzunlukları olduğuna göre, aşağıdakilerden hangileri yanlıştır?

A) $a + b > c$ B) $a + c > b$ C) $b - c > a$ D) $b + c > a$ E) $a > 0, b > 0, c > 0$

Çözüm 30

Bir üçgende herhangi bir kenarın uzunluğu, diğer iki kenarın uzunlukları farkından büyük, toplamından küçüktür.



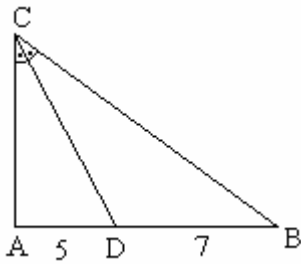
$$|a - b| < c < a + b$$

$$|a - c| < b < a + c$$

$$|b - c| < a < b + c$$

$b - c > a \Rightarrow$ iki kenar farkı üçüncüden büyük değil her zaman küçüktür.

31.



ABC dik üçgen

[CD] açıortay

$$m(\text{CAB}) = 90^\circ$$

$$|AD| = 5 \text{ cm}$$

$$|DB| = 7 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) $35\sqrt{6}$ B) $30\sqrt{6}$ C) $25\sqrt{6}$ D) $20\sqrt{3}$ E) $15\sqrt{3}$

Çözüm 31

Açıortay teoremine göre, $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|CA|}{|CB|} \Rightarrow \frac{|CA|}{|CB|} = \frac{5}{7}$

$\Rightarrow |CA| = 5x$ ve $|CB| = 7x$ olursa

CAB üçgeninde, $(7x)^2 = (5x)^2 + 12^2$ (Pisagor) $\Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$

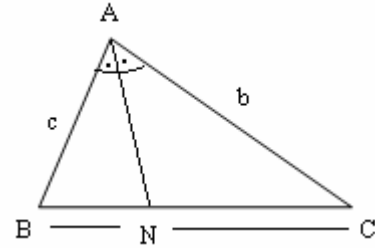
$\Rightarrow |CA| = 5\sqrt{6}$ bulunur.

Alan (ABC) = $\frac{|CA| \cdot |AB|}{2} = \frac{5\sqrt{6} \cdot (5+7)}{2} = 30\sqrt{6}$

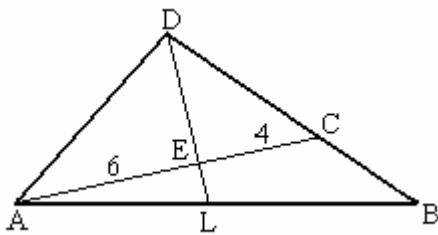
Not : Açıortay teoremi

Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.

AN iç açıortay ise, $\frac{|NB|}{|NC|} = \frac{c}{b}$



32.



ABC bir üçgen

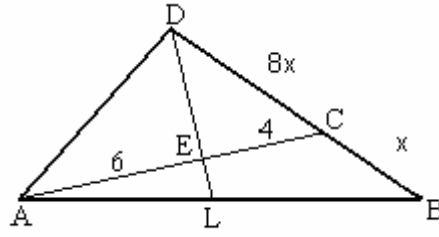
$|AE| = 6$ cm

$|EC| = 4$ cm

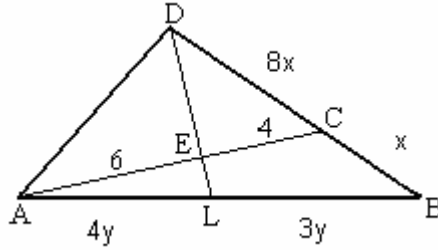
Yukarıdaki şekilde $\frac{|DC|}{|DB|} = \frac{8}{9}$ olduğuna göre, $\frac{|EL|}{|ED|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{1}{28}$

Çözüm 32



Menelaüs teoremine göre, $\frac{|DC|}{|DB|} \cdot \frac{|BL|}{|LA|} \cdot \frac{|AE|}{|EC|} = 1 \Rightarrow \frac{8x}{9x} \cdot \frac{|BL|}{|LA|} \cdot \frac{6}{4} = 1 \Rightarrow \frac{|BL|}{|LA|} = \frac{3}{4}$

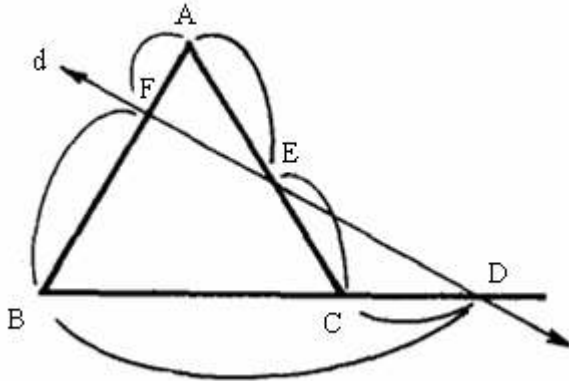


Menelaüs teoremine göre, $\frac{|AL|}{|AB|} \cdot \frac{|BC|}{|CD|} \cdot \frac{|DE|}{|EL|} = 1 \Rightarrow \frac{4y}{7y} \cdot \frac{x}{8x} \cdot \frac{|DE|}{|EL|} = 1 \Rightarrow \frac{|DE|}{|EL|} = 14$

$\frac{|DE|}{|EL|} = 14 \Rightarrow \frac{|EL|}{|DE|} = \frac{1}{14}$

Not : Menelaüs Teoremi

Bir d doğrusu, ABC üçgeninin iki kenarını ve üçüncü kenarın uzantısını şekildeki gibi D , E , F noktalarında kesiyorsa



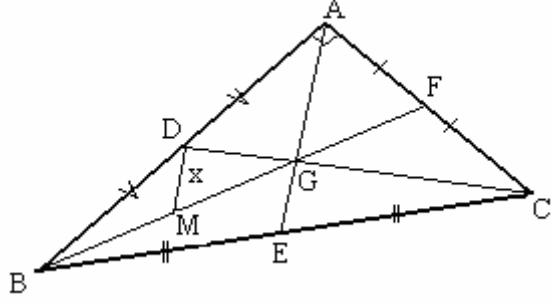
$\Rightarrow \frac{|DC|}{|DB|} \cdot \frac{|BF|}{|FA|} \cdot \frac{|AE|}{|EC|} = 1$ dir.

33.

ABC bir dik üçgen,

[AE] , [BF] ve [CD] ; ABC üçgenin kenarortayları,

G kenarortayların kesim noktası



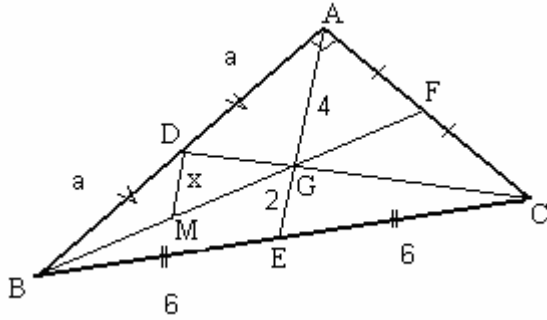
$$m(\text{BAC}) = 90^\circ$$

$$|DM| = x$$

Yukarıdaki şekilde $[DM] \parallel [AE]$ ve $|BC| = 12$ cm olduğuna göre, $|DM| = x$ kaç cm dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 33



$$|BC| = 12 \Rightarrow |BE| = 6, |EC| = 6 \text{ ve } |AE| = 6$$

$$\text{G ağırlık noktası olacağına göre, } |AG| = \frac{2}{3} \cdot |AE| \text{ ve } |GE| = \frac{1}{3} \cdot |AE|$$

$$\Rightarrow |AG| = 4 \text{ ve } |GE| = 2 \text{ olur.}$$

$$\text{BMD} \sim \text{BGA} \Rightarrow \frac{|BM|}{|BG|} = \frac{|BD|}{|BA|} = \frac{|MD|}{|GA|} \Rightarrow \frac{a}{2a} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2$$

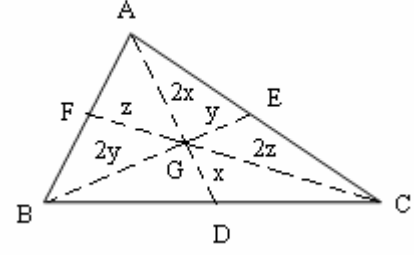
Not : Kenarortay

Bir üçgenin kenarortayları aynı bir noktada kesişirler.

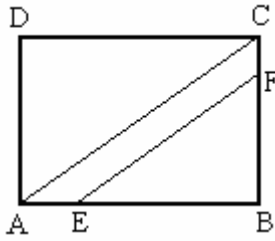
Bu kesim noktasına G ağırlık merkezi denir.

$$|GD| = \frac{1}{3} \cdot |AD|$$

$$|AG| = \frac{2}{3} \cdot |AD|$$



34.



ABCD bir dikdörtgen

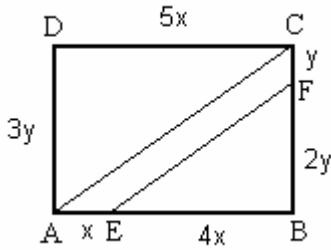
$$|AB| = 5 |AE|$$

$$|BC| = 3 |CF|$$

Yukarıdaki şekilde AEFC dörtgenin alanı 35 cm^2 olduğuna göre, ABCD dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 105 B) 120 C) 135 D) 150 E) 175

Çözüm 34



$$\text{alan (AEFC)} = \text{alan (ABC)} - \text{alan (BEF)}$$

$$35 = \frac{5x \cdot 3y}{2} - \frac{4x \cdot 2y}{2} \Rightarrow xy = 10$$

$$\text{alan (ABCD)} = 5x \cdot 3y = 15xy = 15 \cdot 10 = 150$$

35. Köşegenleri birbirine dik olan ABCD ikizkenar yamuğunun tabanları,

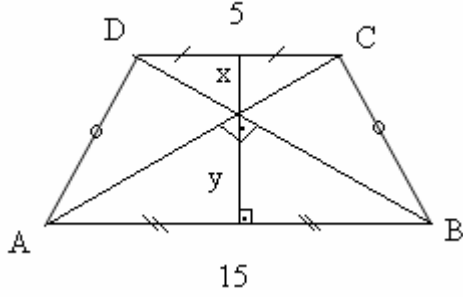
$|AB| = 15 \text{ cm}$ ve $|DC| = 5 \text{ cm}$ dir. Bu yamuğun alanı kaç cm^2 dir?

- A) 50 B) 75 C) 100 D) 125 E) 150

Çözüm 35

I. Yol

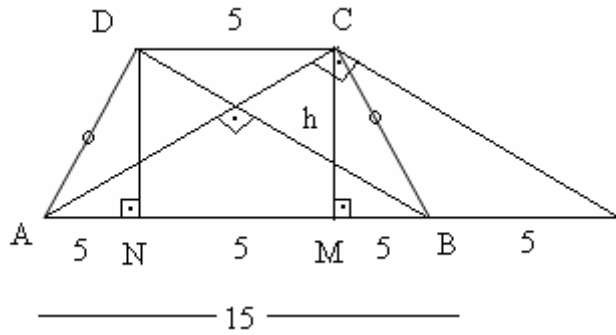
Bir dik üçgende hipotenüze ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğuna göre,



$$x = \frac{5}{2} \text{ ve } y = \frac{15}{2} \Rightarrow h = x + y \Rightarrow h = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 10$$

$$\text{alan (ABCD)} = \frac{(15+5) \cdot 10}{2} = 100$$

II. Yol



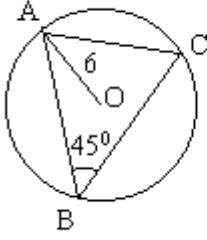
$$|DC| = |NM| = 5 \Rightarrow |AN| = |MB| = \frac{15-5}{2} = 5$$

Öklid bağıntısına göre,

$$h^2 = (5+5) \cdot (5+5) = 10 \cdot 10 = 10^2 \Rightarrow h = 10$$

$$\text{alan (ABCD)} = \frac{(15+5) \cdot 10}{2} = 100$$

36.



$$m(\angle ABC) = 45^\circ$$

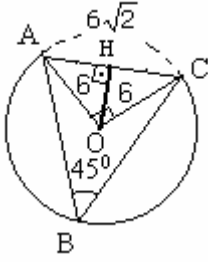
$$|OA| = 6$$

Şekildeki ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O dur.

Buna göre, O noktasının [AC] ye uzaklığı kaç cm dir?

- A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

Çözüm 36



O noktasının [AC] ye uzaklığı = h olsun.

$$|OA| = 6 \Rightarrow |OC| = 6$$

45 derecelik çevre açının gördüğü yayı gören merkez açı 90 derece olacağından,

$$m(\angle ABC) = 45 \Rightarrow m(\angle AOC) = 90 \text{ olur.}$$

AOC dik üçgeninde, pisagor uygulanırsa,

$$|AC|^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow |AC| = 6\sqrt{2}$$

$$\text{Alan (AOC)} = \frac{|AO| \cdot |OC|}{2} = \frac{|OH| \cdot |AC|}{2} \Rightarrow \text{Alan (AOC)} = \frac{6 \cdot 6}{2} = \frac{h \cdot 6\sqrt{2}}{2}$$

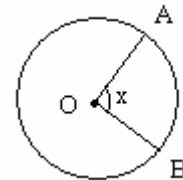
$$\Rightarrow h = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Not : Merkez açı

Köşesi çemberin merkezinde olan açılara merkez açı denir.

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$m(\angle AOB) = m(\text{AB}) = x$$

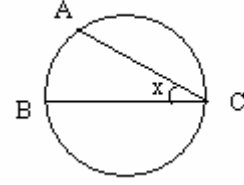


Not : Çevre açısı (Çember açısı)

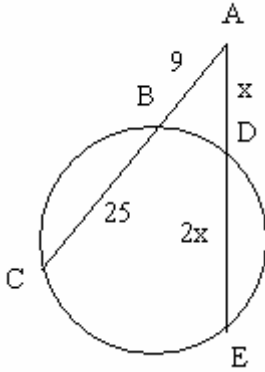
Köşesi çember üzerinde olan açılara çevre açısı denir.

Çevre açısının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$$x = m(\text{ACB}) = \frac{m(\text{AB})}{2}$$



37.



B , C , D , E çember üzerinde

$$|AB| = 9 \text{ cm}$$

$$|BC| = 25 \text{ cm}$$

$$|AD| = x$$

$$|DE| = 2x$$

Yukarıdaki verilere göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

- A) $8\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $\sqrt{17}$ D) $\sqrt{51}$ E) $\sqrt{102}$

Çözüm 37

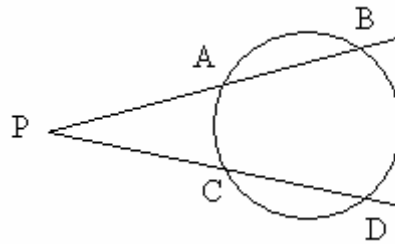
Çemberin dışındaki bir noktanın çembere göre kuvveti uygulanırsa,

$$|AD| \cdot |AE| = |AB| \cdot |AC| \Rightarrow x \cdot 3x = 9 \cdot 34 \Rightarrow x^2 = 102 \Rightarrow x = \sqrt{102}$$

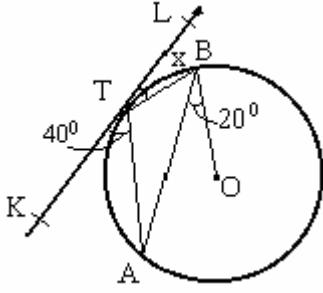
Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

Çembere dışındaki bir P noktasından, biri çemberi A ve B noktalarında, diğeri C ve D noktalarında kesen, iki kesen çizilirse,

$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \text{ olur.}$$



38.



A , B çember üzerinde

$$m(KTA) = 40^\circ$$

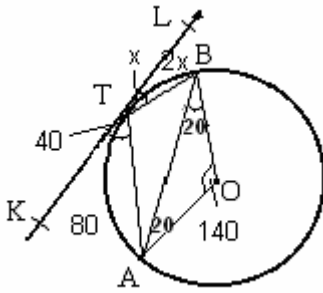
$$m(ABO) = 20^\circ$$

$$m(LTB) = x$$

Yukarıdaki şekilde KL doğrusu O merkezli çembere T noktasında teğet olduğuna göre, $m(LTB) = x$ kaç derecedir?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Çözüm 38



$$m(KTA) = 40 \Rightarrow \text{TA yayı} = 80 \text{ (teğet - kiriş açısı)}$$

$$m(BTL) = x \Rightarrow \text{TB yayı} = 2x \text{ (teğet - kiriş açısı)}$$

$$|AO| = |OB| \Rightarrow m(BAO) = 20$$

$$m(O) = 180 - (20 + 20) = 140 = \text{ATB yayı}$$

$$80 + 2x = 140 \Rightarrow x = 30$$

39. Düzgün bir çokgenin bir iç açısı bir dış açısının 4 katı olduğuna göre bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

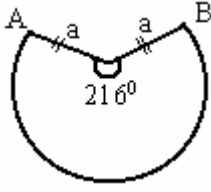
Çözüm 39

Düzgün çokgen = n kenarlı olsun.

Düzgün çokgenin bir dış açısı = $\frac{360}{n}$ ve düzgün çokgenin bir iç açısı = $180 - \frac{360}{n}$ olur.

$$180 - \frac{360}{n} = 4 \cdot \frac{360}{n} \Rightarrow 180 \cdot n = 5 \cdot 360 \Rightarrow n = 10$$

40.



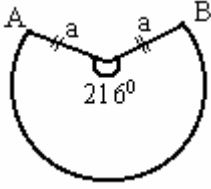
Yukarıdaki şekil, ana doğrusunun uzunluğu a cm olan bir dik koninin açılımıdır.

Dik koninin hacmi $96\pi \text{ cm}^3$ ve $m(\text{AOB}) = 216^\circ$ olduğuna göre,

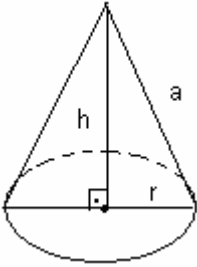
$|OA| = |OB| = a$ kaç cm dir?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Çözüm 40



$$\text{Çevresi} = 2\pi \cdot a \cdot \frac{216}{360} = 2\pi \cdot a \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \pi \cdot a$$



$$\text{Çevresi} = 2\pi \cdot r$$

$$\text{çevreler eşit olduğuna göre, } 2\pi \cdot r = \frac{6}{5} \pi \cdot a \Rightarrow r = \frac{3a}{5}$$

$$[a^2 = h^2 + r^2 \text{ (pisagor)}]$$

$$h = \frac{4a}{5} \text{ bulunur.}$$

$$\text{Koninin hacmi} = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow 96\pi = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3a}{5}\right)^2 \cdot \frac{4a}{5} \Rightarrow a^3 = 5^3 \cdot 2^3 \Rightarrow a = 5 \cdot 2 = 10$$

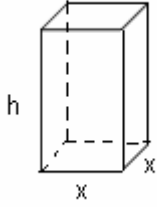
41. Kare tabanlı kapalı bir dik prizmanın hacmi 30 cm^3 tür.

Karenin bir kenarı $x \text{ cm}$ olduğuna göre, prizmanın tüm alanını veren $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{2x + 60}{x^2}$ B) $y = \frac{x^2 + 30}{x}$ C) $y = \frac{x^2 + 120}{x}$

D) $y = \frac{x^2 + 60}{x^2}$ E) $y = \frac{2x^3 + 120}{x}$

Çözüm 41



$$\text{dik prizmanın hacmi} = x^2 \cdot h = 30 \Rightarrow h = \frac{30}{x^2}$$

$$\text{prizmanın tüm alanı} = y = f(x) = 2 \cdot x^2 + 4 \cdot h \cdot x$$

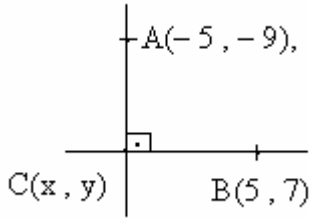
$$y = f(x) = 2x^2 + 4 \cdot \frac{30}{x^2} \cdot x = 2x^2 + \frac{120}{x} = \frac{2x^3 + 120}{x}$$

42. Bir kenarı $A(-5, -9)$, diğer kenarı $B(5, 7)$ noktasından geçen bir dik açının köşesinin geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 = 16$ B) $x^2 + y^2 - 6x - 4 = 0$ C) $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$
D) $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 9 = 0$ E) $x^2 + y^2 + 2y - 88 = 0$

Çözüm 42

Kesiştikleri nokta $C(x, y)$ olsun.



Eğimler çarpımı $m_{AC} \cdot m_{CB} = -1$ olacağından,

$$\frac{y - (-9)}{x - (-5)} \cdot \frac{y - 7}{x - 5} = -1 \Rightarrow y^2 + 2y - 63 = 25 - x^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2y - 88 = 0$$

Not : İki noktası bilinen doğrunun eğimi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

43. $3x + 2y - 5 = 0$ doğrusunun y - eksenine göre simetriği olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ B) $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ C) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ D) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ E) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

Çözüm 43

I. Yol

y - eksenine göre simetriğinde,

denklemden x yerine $(-x)$ yazarsak doğrunun simetri denklemini buluruz.

$$\text{Denklem : } 3x + 2y - 5 = 0 \Rightarrow 3(-x) + 2y - 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

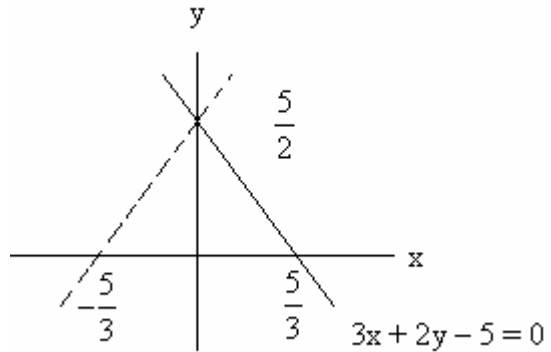
II. Yol

$$3x + 2y - 5 = 0$$

$$x = 0 \text{ için } y = \frac{5}{2} \Rightarrow (0, \frac{5}{2})$$

$$y = 0 \text{ için } x = \frac{5}{3} \Rightarrow (\frac{5}{3}, 0)$$

$$\frac{-x}{\frac{5}{3}} + \frac{y}{\frac{5}{2}} = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$



44. $9x^2 - 25y^2 = 225$ hiperbolünün asimptotlarının ve $y = 3$ doğrusunun oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

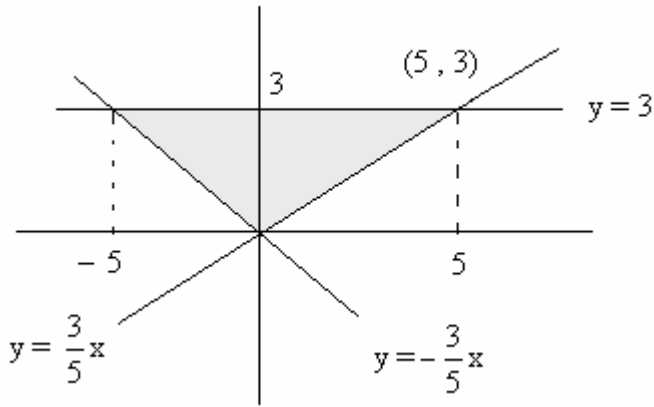
Çözüm 44

$y = 3$ doğrusu,

$$9x^2 - 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbolünün asimtotları : $y = \pm \frac{b}{a}x$ olduğuna göre,

$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün asimtotları : $y = \frac{3}{5}x$ ve $y = -\frac{3}{5}x$



$$\Rightarrow \text{alan} = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15$$

45. \mathbb{R}^3 te $x = (1, 1, 1)$ ve $y = (4, a - 3, 3)$ vektörleri veriliyor.

$a \in \mathbb{R}$ ve $\vec{x} \cdot \vec{y} = 9$ olduğuna göre, $\vec{y} \cdot \vec{y}$ iç (skaler) çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 19 C) 20 D) 29 E) 30

Çözüm 45

$$x = (1, 1, 1), \quad y = (4, a - 3, 3)$$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = 9 \Rightarrow \vec{x} \cdot \vec{y} = 1 \cdot 4 + 1 \cdot (a - 3) + 1 \cdot 3 = 9 \Rightarrow a = 5$$

$$y = (4, a - 3, 3) \Rightarrow y = (4, 2, 3)$$

$$\vec{y} \cdot \vec{y} = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 29$$

Not : Vektörlerin skaler (iç) çarpımı

Öklid iç çarpımı denilen bu iç çarpım $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri için

$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ biçiminde tanımlanır.

Sonuç bir skaler (sayı) çıktığından bu çarpıma skaler çarpım da denir.

46. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} \right)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

Çözüm 46

$x \rightarrow 4$ için

$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} \right) = \infty - \infty$ belirsizliği vardır.

Sadeleştirme yapılırsa,

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} \right) = \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)}} - \frac{4}{(\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}-2)} \right) = \left(\frac{\sqrt{x}+2-4}{(\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}-2)} \right) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x-4} - \frac{4}{x-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{4}$$

47. $y = x^3 + ax^2 + b$ fonksiyonun grafiği, apsisi -4 olan noktada x - eksenine teğet olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?

A) 30 B) 24 C) 16 D) -32 E) -48

Çözüm 47

$y = x^3 + ax^2 + b$ fonksiyonu $(-4, 0)$ noktasından geçer.

$$0 = (-4)^3 + a(-4)^2 + b \Rightarrow 16a + b = 64$$

$x = -4$ noktasında teğet olduğuna göre,

$$y' = 3x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow 3(-4)^2 + 2a(-4) = 0 \Rightarrow a = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} 16a + b = 64 \\ a = 6 \end{array} \right\} 16 \cdot 6 + b = 64 \Rightarrow b = -32$$

48. $0 < y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$y = \arcsin \frac{x}{x^2 + 1}$ fonksiyonun $x = 1$ noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

($\arcsin \theta = \sin^{-1} \theta$)

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

Çözüm 48

$[\arcsin f(x)]' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1 - f^2(x)}}$ olduğuna göre,

$$y' = \left[\arcsin \frac{x}{x^2 + 1} \right]' = \frac{\left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)'}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)^2}} = \frac{\left(\frac{x^2 + 1 - 2x \cdot x}{(x^2 + 1)^2} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)^2}} = \frac{\left(\frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)^2}}$$

$$x = 1 \text{ için } f'(1) = \frac{\left(\frac{-1^2 + 1}{(1^2 + 1)^2} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1^2 + 1} \right)^2}} = 0$$

49. $a \neq 0$ olmak üzere, $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonu ile ilgili olarak,

- I. Büküm (dönüm) noktası vardır.
- II. Yerel minimum noktası vardır.
- III. Yerel maksimum noktası vardır.

Yargılardan herhangi her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

Çözüm 49

Ekstremum noktalarını bulmak için,

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$$

denkleminin reel kökleri olmayabilir dolayısı ile ekstremum değerleri olmayabilir.

Büküm (dönüm) noktasını bulmak için,

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0 \Rightarrow y'' = 6ax + 2b = 0$$

mutlaka reel bir kökü olacağı için, Büküm (dönüm) noktası vardır.

50. a bir parametre (değişken) olmak üzere,

$y = x^2 - 2ax + a$ eğrilerinin ekstremum noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -x^2 + 2x$ B) $y = -x^2 + x$ C) $y = x^2 - 2x$ D) $y = x^2 + x$ E) $y = x^2 + 2x$

Çözüm 50

$$y = x^2 - 2ax + a \Rightarrow y' = 2x - 2a = 0 \Rightarrow x = a$$

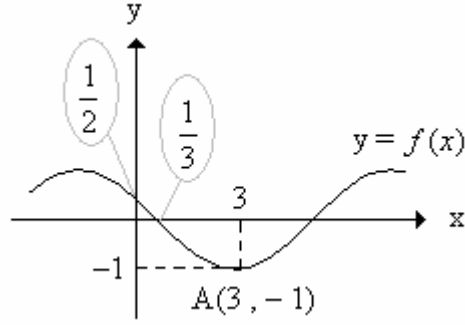
$y = x^2 - 2ax + a$ fonksiyonunda x yerine a yazalım.

$$y = a^2 - 2a.a + a = -a^2 + a$$

Ekstremum noktaları : $(x, y) = (a, -a^2 + a)$

Ekstremum noktalarının geometrik yer denklemi : $y = -x^2 + x$

51.



Yukarıdaki grafikte, $A(3, -1)$ noktası $f(x)$ fonksiyonunun yerel minimum noktası ve

$h(x) = \frac{f(x)}{x}$ olduğuna göre, $h'(3)$ ün değeri kaçtır? ($h'(x)$: $h(x)$ in türevi)

- A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{9}$

Çözüm 51

$$h(x) = \frac{f(x)}{x} \Rightarrow h'(x) = \frac{f'(x).x - 1.f(x)}{x^2} \Rightarrow h'(3) = \frac{f'(3).3 - 1.f(3)}{3^2}$$

$$f(3) = -1$$

$A(3, -1)$ noktası $f(x)$ fonksiyonunun yerel minimum noktası ise,

Fermat teoremine göre, $f'(3) = 0$ olur.

$$h'(3) = \frac{0.3 - 1.(-1)}{9} = \frac{1}{9}$$

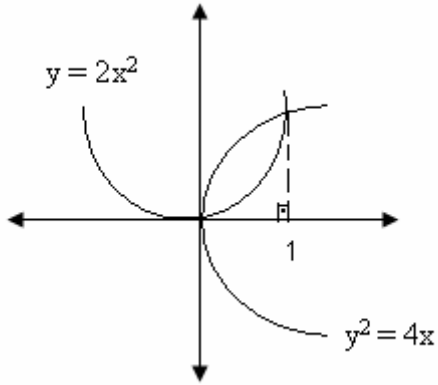
Not : Fermat Teoremi

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun $x_0 \in (a, b)$ noktasında bir yerel minimumu veya maksimumu varsa ve f fonksiyonu x_0 noktasında türevli ise $f'(x_0) = 0$ dır.

52. $y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2$ eğrisi ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm 52



$y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2 \Rightarrow$ ortak çözümden kesişim noktalarını bulalım.

$$(2x^2)^2 = 4x \Rightarrow 4x^4 = 4x \Rightarrow x(4x^3) = 4x \Rightarrow x = 0 \text{ ve } x = 1 \text{ olur.}$$

$$y^2 = 4x \Rightarrow y = 2\sqrt{x}$$

$$\int_0^1 (2\sqrt{x} - 2x^2) dx = \left(\frac{4\sqrt{x^3}}{3} - \frac{2x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \right) - 0 = \frac{2}{3}$$

53. $\int \frac{5x+2}{x^2-4} dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3.\ln|x-2| + 2.\ln|x+2| + c$
- B) $5.\ln|x-2| - 2.\ln|x+2| + c$
- C) $2.\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
- D) $\ln|x-2| + 3.\ln|x+2| + c$
- E) $5.\ln|x^2-4| + c$

Çözüm 53

$$\int \frac{5x+2}{x^2-4} dx \Rightarrow \frac{5x+2}{x^2-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

$$(Ax + 2A) + (Bx - 2B) = 5x + 2$$

$A + B = 5$ ve $A - B = 1 \Rightarrow A = 3$ ve $B = 2$ bulunur.

$$\int \frac{5x+2}{x^2-4} dx = \int \left(\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+2} \right) dx = 3 \int \frac{dx}{x-2} + 2 \int \frac{dx}{x+2} = 3 \cdot \ln|x-2| + 2 \cdot \ln|x+2| + c$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA